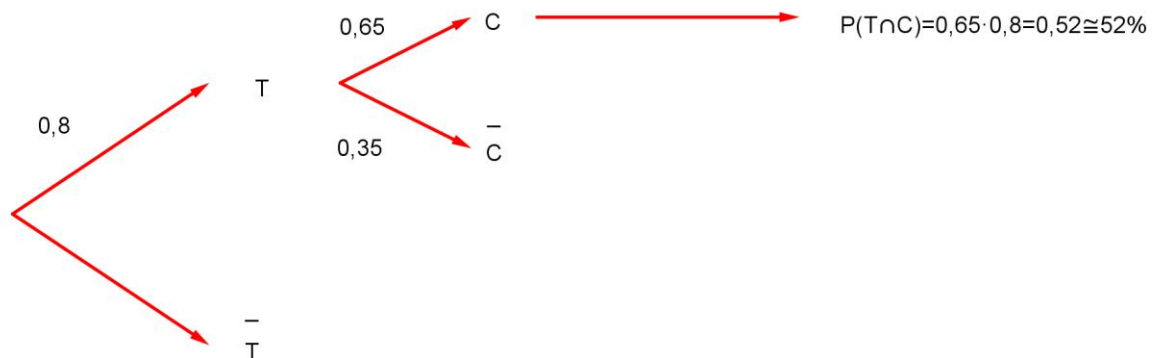


1. En un estudio realizado en cierta Universidad se ha determinado que un 20% de sus estudiantes no utilizan los transportes públicos para acudir a sus clases y que un 65% de los estudiantes que utilizan los transportes públicos también hacen uso del comedor universitario. Calcular la probabilidad de que seleccionado al azar un estudiante en esa Universidad resulte ser usuario de los transportes públicos y del comedor universitario. Justificar la respuesta.

Junio/00

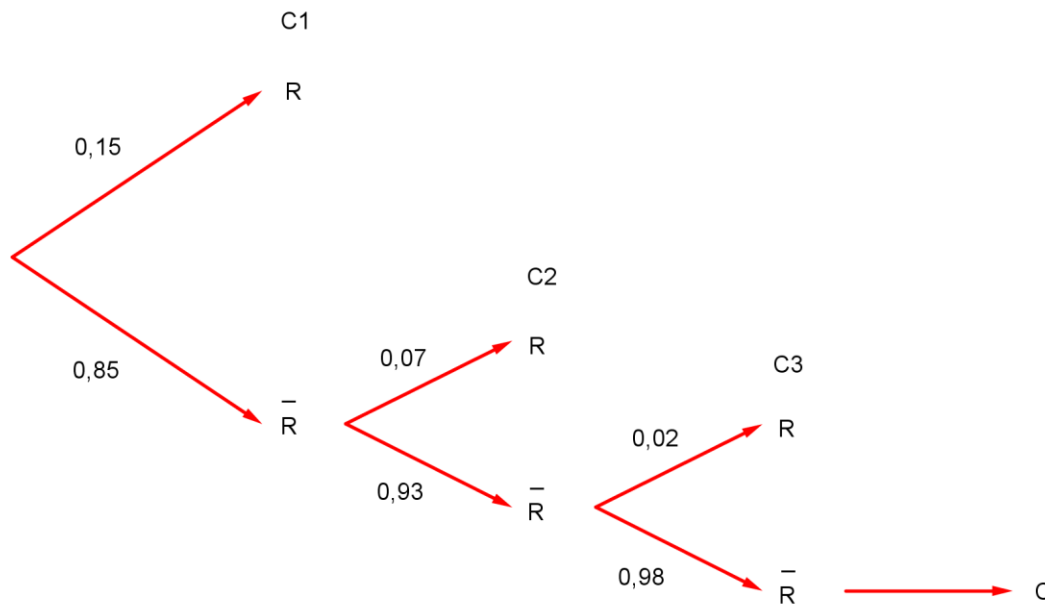
Sean los sucesos: $C \equiv$ "ser usuario del comedor universitario" y $T \equiv$ "ser usuario de los transportes públicos". Sabemos que $p(T) = 0,8$ y que $p(C/T) = 0,65$. Nos piden $p(C \cap T)$ y como sabemos, por probabilidad condicionada, que $p(C \cap T) = p(T) \cdot p(C/T)$, tenemos que: $p(T \cap C) = 0,65 \cdot 0,8 = 0,52$, es decir, el 52%. Mostramos la situación en un diagrama de árbol:



2. Una empresa dedicada a la fabricación de componentes eléctricas somete su producción a un control de calidad. En el proceso de control la componente ha de superar tres controles (C_1 , C_2 y C_3 en ese orden). El control C_1 la rechaza con probabilidad 0.15 o la pasa al control C_2 , quien a su vez la rechaza en el 7% de los casos o la pasa al control C_3 . Finalmente, en C_3 se rechaza con probabilidad 0.02 o se etiqueta como correcta. Determinar la probabilidad de que una componente eléctrica seleccionada al azar en la producción de dicha empresa sea rechazada. Justificar la respuesta.

Septiembre/00

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los sucesos:

$$\left\{ \begin{array}{l} R \equiv \text{Ser rechazada en un control} \\ \bar{R} \equiv \text{Ser aceptada en un control} \\ C \equiv \text{Ser etiquetada correcta} \end{array} \right.$$

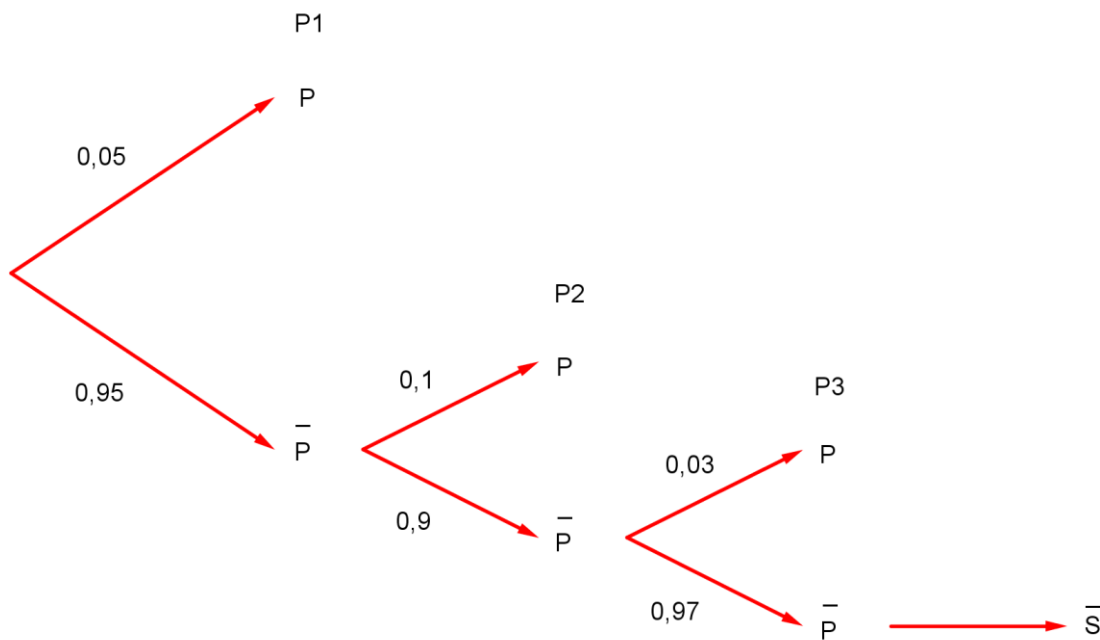
Vamos a hallar la probabilidad del suceso contrario ya que tiene menos caminos.

$P(C) = 0,85 \cdot 0,93 \cdot 0,98 = 0,77469$ y, por lo tanto, $p(\bar{C}) = 1 - 0,77469 = 0,22531$, es decir, el 22,53%.

3. El ganado ovino de una región es sometido a un control sanitario para comprobar que está libre de cierta enfermedad infecciosa. En el proceso de control cada animal es sometido a las pruebas P1, P2 y P3 (en ese orden). Por la experiencia se sabe que en el 95% de los casos P1 da resultado negativo, que 10 de cada 100 ovejas sometidas a P2 dan resultado positivo y que con probabilidad 0.03 P3 da resultado positivo. Sabiendo que si una prueba da resultado positivo el animal es sacrificado, determinar la probabilidad de que una oveja sometida a dicho proceso de control no sea sacrificada. Justificar la respuesta.

Junio/01

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los sucesos:

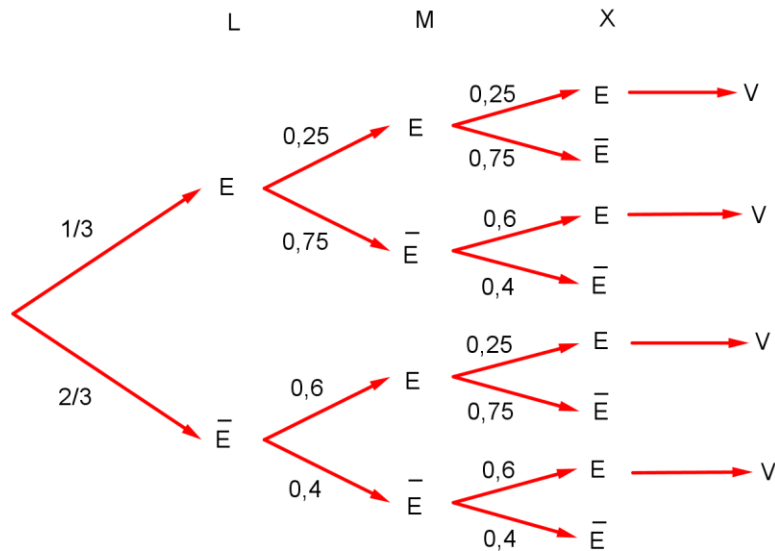
$$\left\{ \begin{array}{l} P \equiv \text{Dar positivo en una prueba} \\ \bar{P} \equiv \text{No dar positivo en una prueba} \\ \\ S \equiv \text{Ser sacrificado} \\ \bar{S} \equiv \text{No ser sacrificado} \end{array} \right.$$

Por lo tanto, $p(\bar{S}) = 0,95 \cdot 0,9 \cdot 0,97 = 0,8293$, es decir, el 82,93%.

4. Los hábitos de estudio de un estudiante son: si estudia una noche, con probabilidad 0.25 lo hace la noche siguiente y, si no estudia una noche, con probabilidad 0.6 lo hace la noche siguiente. Cierta lunes por la noche lanza un dado y si sale 4 ó 6 estudia. Teniendo en cuenta sus hábitos de estudio ¿qué probabilidad hay de estudie el miércoles siguiente por la noche? Justificar la respuesta.

Septiembre/01

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los sucesos:

$$\left\{ \begin{array}{l} E \equiv \text{estudia ese día} \\ \bar{E} \equiv \text{No estudia ese día} \\ V \equiv \text{Verificación del suceso pedido} \end{array} \right.$$

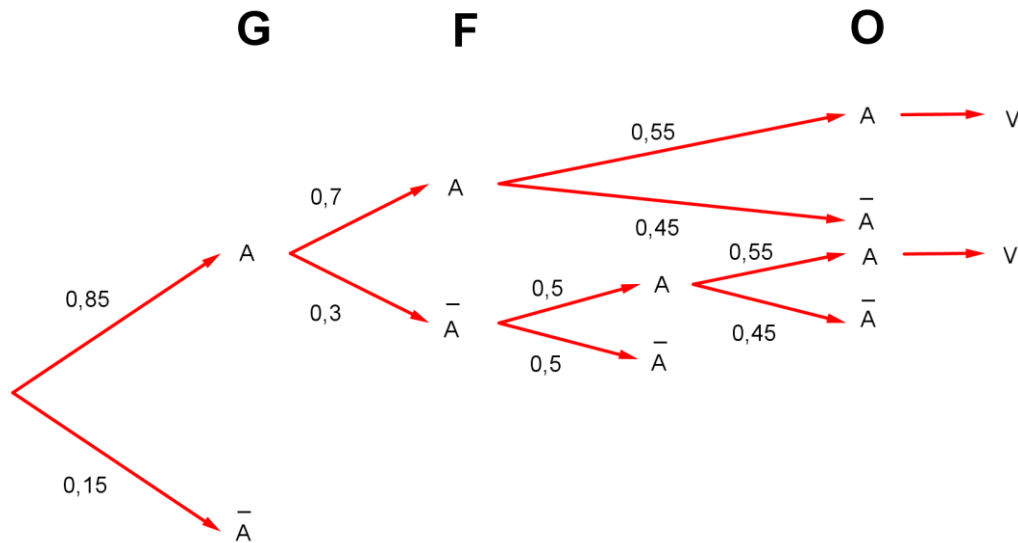
Así pues, aplicando el teorema de probabilidad total, tenemos que:

$$P(V) = \frac{1}{3} \cdot 0,25 \cdot 0,25 + \frac{1}{3} \cdot 0,75 \cdot 0,6 + \frac{2}{3} \cdot 0,6 \cdot 0,25 + \frac{2}{3} \cdot 0,4 \cdot 0,6 = 0,4307, \text{ es decir, el } 43,07\%.$$

5. Un examen de inglés consta de tres pruebas. En primer lugar se hace una prueba de gramática que suele ser superada por el 85% de los alumnos que se presentan. Esta primera prueba es eliminatoria y los alumnos que no la superan suspenden la asignatura. La segunda prueba es de fonética y 7 de cada 10 alumnos que la realizan la superan. Esta segunda prueba tiene recuperación y es conocido que el 50% de los alumnos que se presentan a dicha recuperación la superan. La última prueba es oral y a ella acceden los alumnos que han superado las dos pruebas anteriores. La prueba oral se supera con probabilidad 0.55. Sabiendo que la asignatura se aprueba cuando se han superado las tres pruebas, determinar la probabilidad de que un alumno apruebe el inglés. Justificar la respuesta.

Junio/02

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los sucesos: $\left\{ \begin{array}{l} A \equiv \text{Aprobar la parte correspondiente} \\ \bar{A} \equiv \text{No aprobar la parte correspondiente} \\ V \equiv \text{Verificación del suceso pedido} \end{array} \right.$

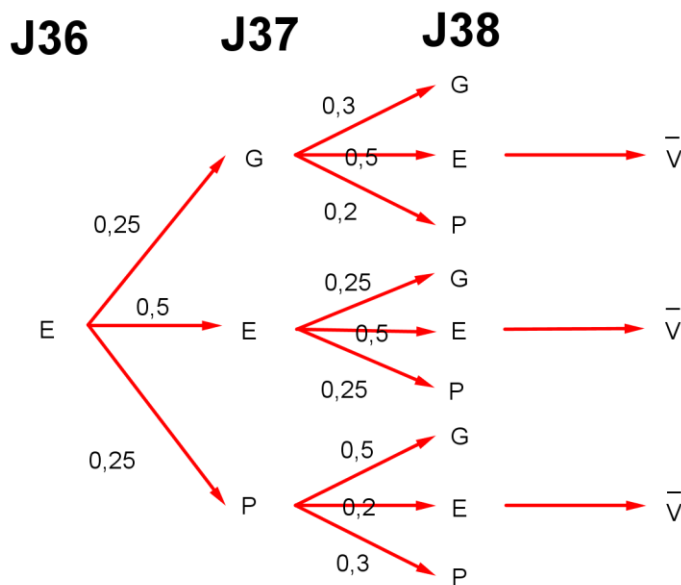
Así pues, aplicando el teorema de probabilidad total, tenemos que:

$$p(V) = 0,85 \cdot 0,7 \cdot 0,55 + 0,85 \cdot 0,3 \cdot 0,5 \cdot 0,55 = 0,3973, \text{ es decir, el } 39,73\%.$$

6. Tras varios años de seguir a su equipo de fútbol, un aficionado ha comprobado que si en determinada jornada del campeonato su equipo gana un partido entonces en la siguiente jornada gana con probabilidad 0.3 y empata con probabilidad 0.5, que si en determinada jornada empata entonces en la jornada siguiente con probabilidad 0.5 vuelve a empatar y gana con probabilidad 0.25 y, que si en determinada jornada pierde entonces en la siguiente gana con probabilidad 0.5 y empata con probabilidad 0.2. Sabiendo que en la jornada 36 su equipo ha empatado, ¿qué probabilidad hay de que en la jornada 38 no empate? Justificar la respuesta.

Septiembre/02

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Así pues, aplicando el teorema de probabilidad total, tenemos que:

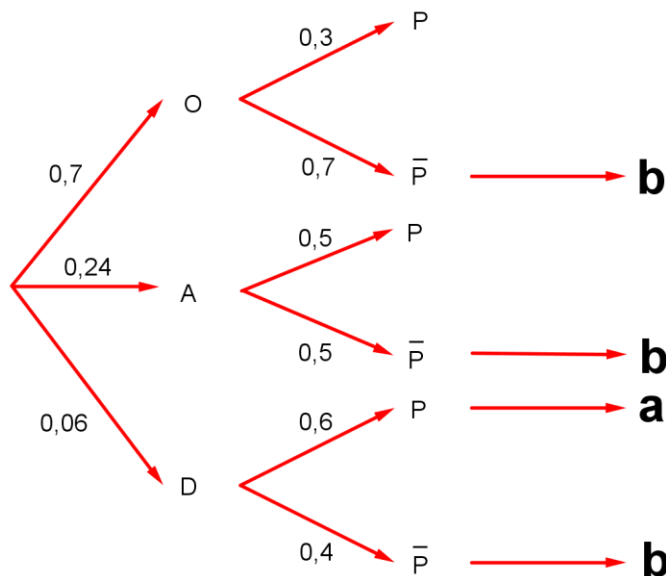
$$p(\bar{V}) = 0,5 \cdot 0,5 + 0,25 \cdot 0,5 + 0,25 \cdot 0,2 = 0,48 \text{ y entonces: } p(V) = 1 - 0,48 = 0,52, \text{ es decir, el } 52\%.$$

7. En una empresa hay un total de 500 trabajadores, de los cuales 350 son obreros, 120 son administrativos y el resto es personal directivo. El gerente de la empresa pregunta a todos si están a favor o en contra de donar un 2% de sus ingresos mensuales para una causa benéfica. Sabiendo que obtiene respuesta (a favor o en contra) de todo el personal de la empresa y que se manifiestan a favor un 30% del personal obrero, un 50% del personal administrativo y un 60% del personal directivo, determinar la probabilidad de que seleccionado al azar un trabajador de dicha empresa.

- a) Resulte ser un directivo de los que se han manifestado a favor de la propuesta.
b) Resulte ser de los que se han manifestado en contra de la propuesta. Justifica las respuestas.

Junio/03

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los sucesos: $\left\{ \begin{array}{l} O \equiv \text{Ser obrero} \\ A \equiv \text{Ser administrativo} \\ D \equiv \text{Ser directivo} \\ P \equiv \text{Aceptar la propuesta} \\ \bar{P} \equiv \text{No aceptar la propuesta} \end{array} \right.$.

a. En el primer apartado nos piden $p(D \cap P) = p(D) \cdot p(P/D) = \frac{30}{500} \cdot 0,6 = 0,036 \rightarrow 3,6\%$

b. Aplicando el teorema de probabilidad total tenemos que:

$$p(\bar{P}) = p(O) \cdot p(\bar{P}/O) + p(A) \cdot p(\bar{P}/A) + p(D) \cdot p(\bar{P}/D) = 0,7 \cdot 0,7 + 0,24 \cdot 0,5 + 0,06 \cdot 0,4 = 0,634 \approx 63,4\%$$

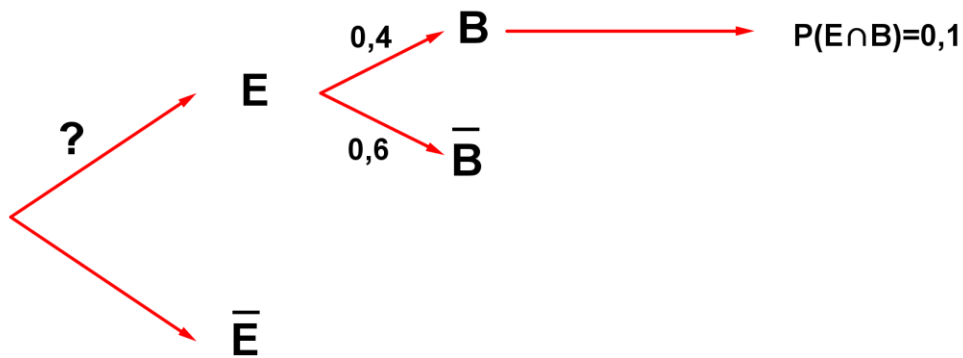
8. Se sabe que un 10% de las empresas del sector automovilístico de cierto país cotizan en bolsa y exportan más de la mitad de su producción, y que un 40% de las empresas que exportan más del 50% de su producción cotizan en bolsa. Determina la probabilidad de que seleccionada al azar una empresa de dicho sector, sea una de las que exportan más de la mitad de su producción. Justifica la respuesta.

Septiembre/03

Sean los sucesos: $B \equiv$ "ser empresa del sector automovilístico que cotizan en bolsa" y $E \equiv$ "ser empresa del sector automovilístico que exportan más de la mitad de su producción. Sabemos que $p(B \cap E) = 0,1$ y que $p(B/E) = 0,4$. Nos piden $p(E)$ y como sabemos, por probabilidad

condicionada, que $p(B/E) = \frac{p(B \cap E)}{p(E)}$, tenemos que: $p(E) = \frac{0,1}{0,4} = 0,25$, es decir, el 25%.

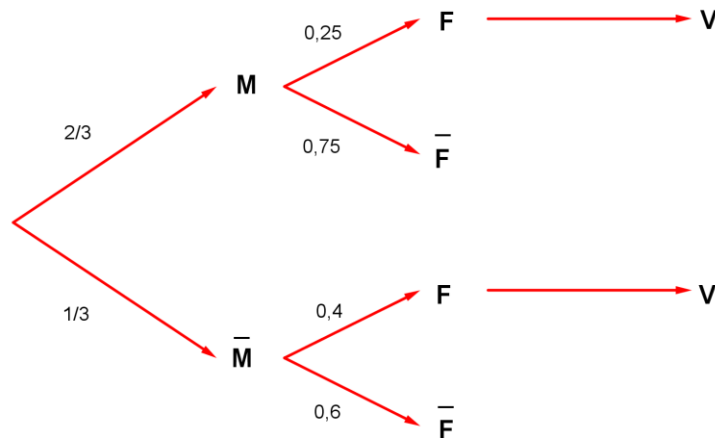
Mostramos la situación en un diagrama de árbol:



9. En el segundo curso de bachillerato de cierto instituto se han matriculado el doble de mujeres que de varones. Sabiendo que un 25% de las mujeres fuman y que no lo hacen un 60% de los varones, determinar la probabilidad de que seleccionada al azar una persona en el segundo curso de bachillerato de ese instituto resulte ser una persona fumadora. Justificar la respuesta.

Junio/04

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los sucesos: $\begin{cases} M \equiv \text{ser mujer} \\ \bar{M} \equiv \text{ser hombre} \\ F \equiv \text{Fumar} \\ \bar{F} \equiv \text{No fumar} \\ V \equiv \text{Verificación del suceso pedido} \end{cases}$

Aplicando el teorema de *probabilidad total* tenemos que:

$$p(V) = p(M) \cdot p(F / M) + p(\bar{M}) \cdot p(F / \bar{M}) = \frac{2}{3} \cdot 0,25 + \frac{1}{3} \cdot 0,4 = 0,3 \approx 30\%$$

10. Cierta meteorólogo ha comprobado en determinada ciudad:

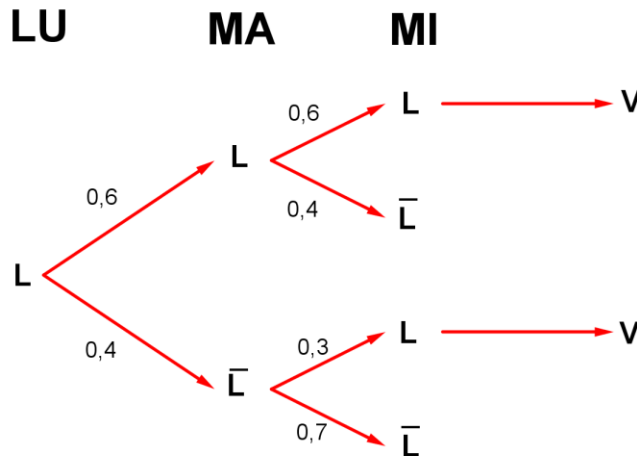
1º) Que si un día llueve, con probabilidad 0.6 también llueve al día siguiente.

2º) Que si cierto día no llueve, hay un 30% de posibilidades de que llueva al día siguiente.

Sabiendo que en esa ciudad ha llovido el lunes, determinar la probabilidad de que llueva el miércoles de esa misma semana. Justificar la respuesta.

Septiembre/04

Construimos un diagrama de árbol.



Siendo los sucesos: $\begin{cases} L \equiv \text{Llueve ese día} \\ \bar{L} \equiv \text{No llueve ese día} \\ V \equiv \text{Verificación del suceso pedido} \end{cases}$

Por lo tanto, aplicando el teorema de probabilidad total, tenemos que:

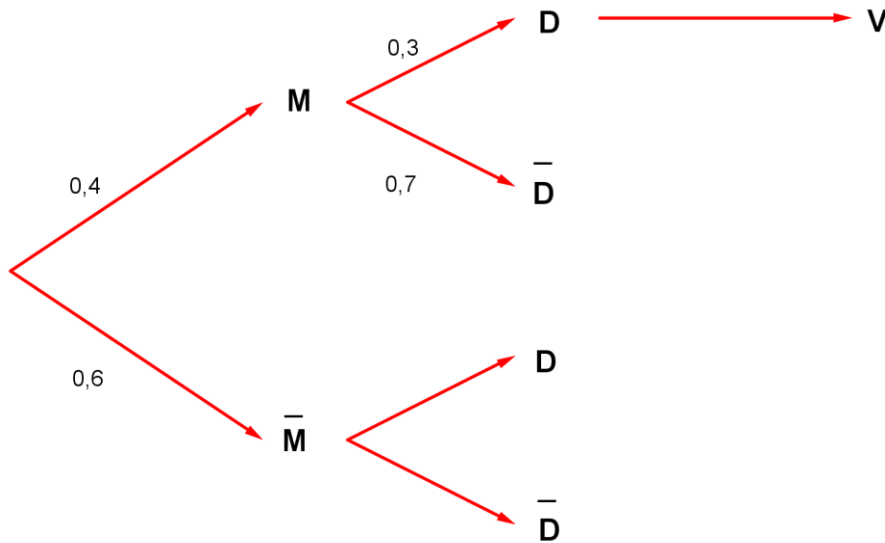
$$P(V) = 0,6 \cdot 0,6 + 0,4 \cdot 0,3 = 0,48 = 48\%.$$

11. En cierta ciudad residen 10000 personas, de ellas 4000 son mayores de 50 años. Como resultado de una encuesta realizada en dicha ciudad, se ha determinado que 70 de cada 100 personas mayores de 50 años no se hacen ninguna revisión dental anual. Determinar la probabilidad de que elegida al azar una persona en esa ciudad, resulte ser mayor de 50 años y de las que se hace una revisión dental anual. Justificar la respuesta.

Junio/05

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:

,



Siendo los sucesos:

$$\begin{cases} M \equiv \text{ser mayor de 50 años} \\ \bar{M} \equiv \text{No ser mayor de 50 años} \\ \bar{D} \equiv \text{no hacer revisión dental} \\ D \equiv \text{hacer revisión dental} \end{cases}$$

Nos piden $p(M \cap D) = p(M) \cdot p(D/M) = 0,3 \cdot 0,4 = 0,12 \rightarrow 12\%$

12. En un instituto hay 800 personas. De ellas, 680 son alumnos, 90 son profesores y el resto personal de administración y servicios. El director del instituto les pregunta si están a favor o en contra de realizar determinada reforma en el instituto. Sabiendo que un 40% de los alumnos, un 30% de los profesores y un 10% del personal de administración y servicios contestan que están a favor de dicha reforma y el resto contesta que no está a favor de la reforma, determinar la probabilidad de que seleccionada una persona al azar entre las 800:

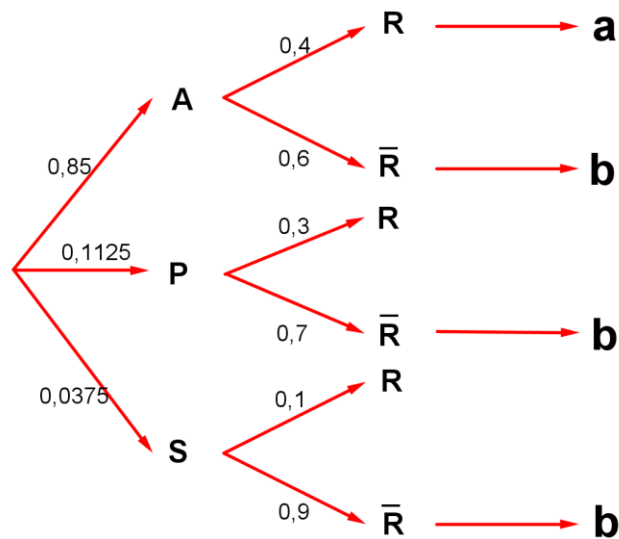
a) Resulte ser un alumno de los que han contestado que están a favor de la reforma.

b) Resulte ser una persona de las que han contestado que están en contra de la reforma.

Justificar las respuestas.

Septiembre/05

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los sucesos: $\begin{cases} A \equiv \text{Ser alumno} \\ P \equiv \text{Ser profesor} \\ S \equiv \text{Ser personal de servicio} \\ R \equiv \text{Aceptar la reforma} \\ \bar{R} \equiv \text{Rechazar la reforma} \end{cases}$.

a. En el primer apartado nos piden $p(A \cap R) = p(A) \cdot p(R|A) = 0,85 \cdot 0,4 = 0,34 \rightarrow 34\%$

b. Aplicando el teorema de probabilidad total tenemos que:

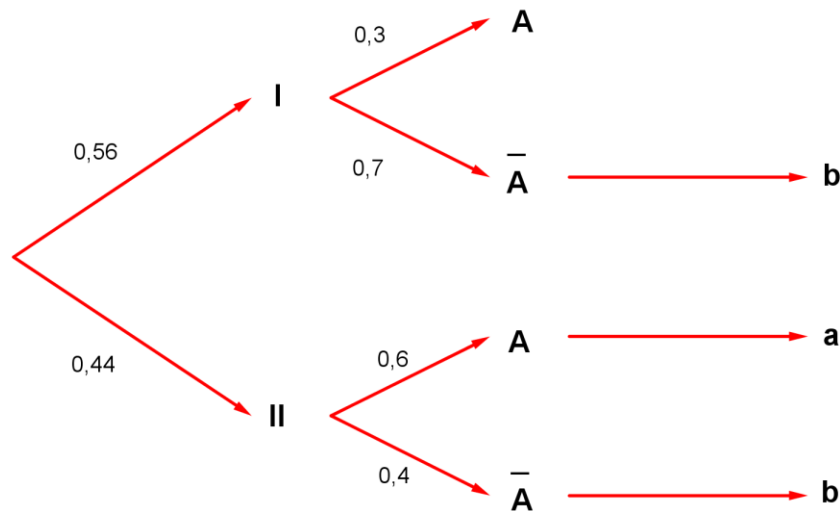
$$p(\bar{R}) = p(A) \cdot p(\bar{R}|A) + p(P) \cdot p(\bar{R}|P) + p(S) \cdot p(\bar{R}|S) = 0,85 \cdot 0,6 + 0,1125 \cdot 0,7 + 0,0375 \cdot 0,9 = 0,6225 \approx 62,25\%$$

13. En un instituto hay 250 alumnos cursando estudios de bachillerato, 110 de ellos son alumnos del segundo curso. El director pregunta a todos si están de acuerdo en realizar determinada actividad cultural. Obtiene respuesta (afirmativa o negativa) de los 250 alumnos. Un 30% de los alumnos del primer curso le contestan que están de acuerdo y un 40% de los alumnos del segundo curso le contestan que no están de acuerdo. Si seleccionamos al azar un alumno entre los 250 determinar, justificando la respuesta:

- La probabilidad de que sea un alumno del segundo curso de los que están de acuerdo en realizar la actividad cultural.
- La probabilidad de que sea un alumno de los que no están de acuerdo en realizar la actividad cultural.
- Sabiendo que el alumno seleccionado pertenece al primer curso, la probabilidad de que sea de los que están a favor e realizar la actividad cultural.

Junio/06

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los sucesos: $\begin{cases} I \equiv \text{ser alumno de primer curso} \\ II \equiv \text{ser alumno de segundo curso} \\ \bar{A} \equiv \text{no estar de acuerdo en hacer la actividad} \\ A \equiv \text{estar de acuerdo en hacer la actividad} \end{cases}$

Nos piden:

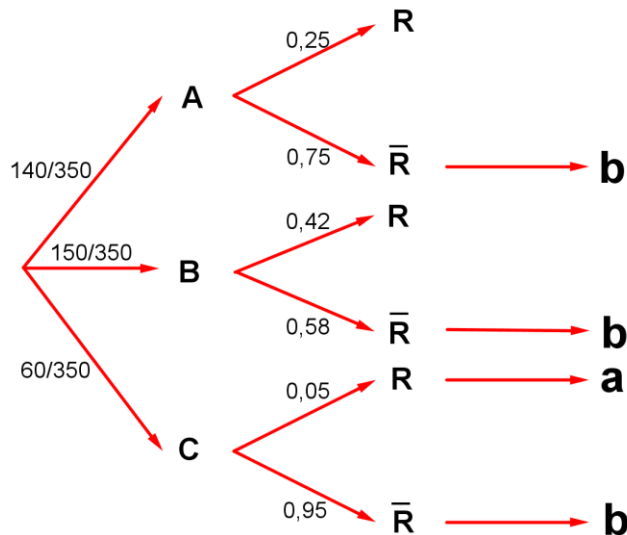
- $P(II \cap A) = 0,44 \cdot 0,6 = 0,264$
- $P(\bar{A}) = 0,56 \cdot 0,7 + 0,44 \cdot 0,4 = 0,568$
- $P(A/I) = 0,3$

14. El Congreso de los Diputados de cierto Estado está constituido por tres grupos parlamentarios: A, B y C con 140, 150 y 60 diputados, respectivamente. Una propuesta sometida a votación es rechazada por un 25%, un 42% y un 5% de los diputados de los grupos A, B y C, respectivamente. Los diputados restantes aceptan la propuesta. Finalizada la votación, un medio de información entrevista a un diputado elegido al azar. Se pide, justificando la respuesta:

- La probabilidad de que el diputado entrevistado sea miembro del grupo C y haya rechazado la propuesta.
- La probabilidad de que el diputado entrevistado haya aceptado la propuesta.
- Sabiendo que el diputado entrevistado es miembro del grupo B, la probabilidad de que haya rechazado la propuesta.

Septiembre/06

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los sucesos: $\begin{cases} A \equiv \text{Ser diputado del grupo A} \\ B \equiv \text{Ser diputado del grupo B} \\ C \equiv \text{Ser diputado del grupo C} . \\ R \equiv \text{Rechazar la propuesta} \\ \bar{R} \equiv \text{Aceptar la propuesta} \end{cases}$

- a. En el primer apartado nos piden $p(R \cap C) = p(C) \cdot p(R/C) = \frac{60}{350} \cdot 0,05 \approx 0,00857 \rightarrow 0,857\%$
- b. Aplicando el teorema de probabilidad total tenemos que:

$$p(\bar{R}) = p(A) \cdot p(\bar{R}/A) + p(B) \cdot p(\bar{R}/B) + p(C) \cdot p(\bar{R}/C) = \frac{140}{350} \cdot 0,75 + \frac{150}{350} \cdot 0,58 + \frac{60}{350} \cdot 0,95 = 0,71069 \approx 71\%$$

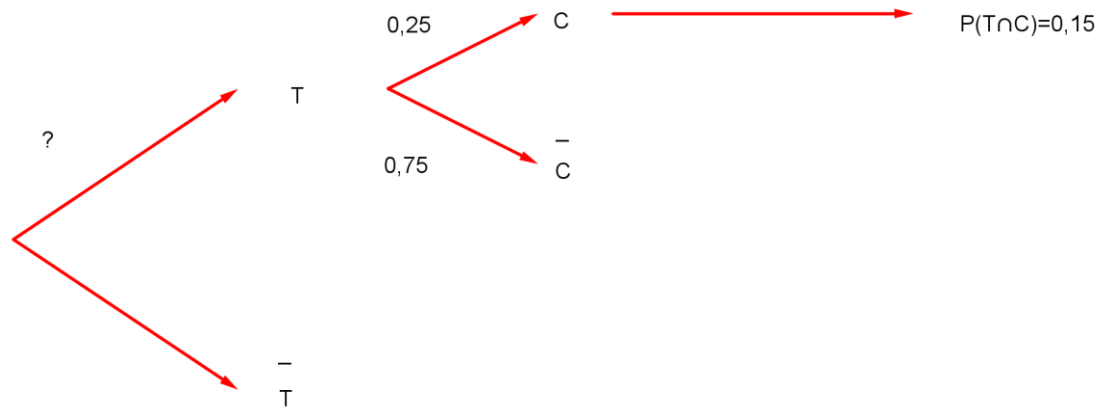
c. $p(R/B) = 0,42$

15. Se sabe que 3000 de los 20000 estudiantes matriculados en cierta universidad hacen uso del comedor universitario y acuden a sus clases en transporte público. A partir de la información proporcionada por una amplia muestra de estudiantes universitarios, se ha estimado que uno de cada cuatro universitarios que utilizan el transporte público para acudir a sus clases hacen también uso del comedor universitario. Determinar, justificando la respuesta, la probabilidad de que seleccionado al azar un estudiante en esa universidad resulte ser de los que utilizan el transporte público para acudir a sus clases.

Junio/07

Sean los sucesos: $C \equiv$ "hacer uso del comedor universitario" y $T \equiv$ "utilizar el transporte público para acudir a las clases". Sabemos que $p(C \cap T) = 0,15$ y que $p(C/T) = 0,25$. Nos piden $p(T)$ y como sabemos, por probabilidad condicionada, que $p(C/T) = \frac{p(C \cap T)}{p(T)}$, tenemos que:

$$p(T) = \frac{0,15}{0,25} = 0,6, \text{ es decir, el } 60\%. \text{ Mostramos la situación en un diagrama de árbol:}$$

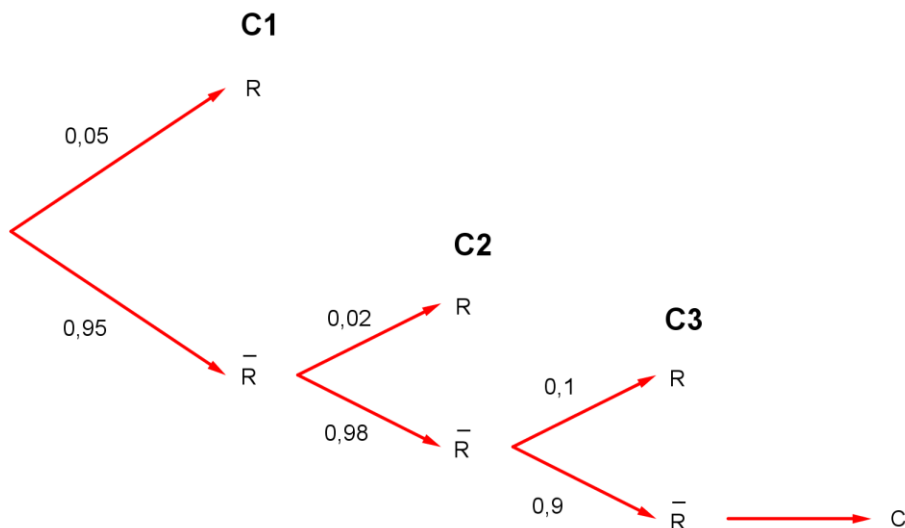


16. Una empresa se dedica a la fabricación de calefactores. Cada calefactor, antes de ser enviado al mercado para su venta, ha de superar tres controles de calidad: C_1 , C_2 y C_3 en ese orden. Si no supera alguno de ellos es rechazado. Por la experiencia acumulada, se sabe que un 95% de los calefactores superan C_1 , que en C_2 se rechaza un calefactor con probabilidad 0.02 y que 90 de cada 100 calefactores superan C_3 . Determinar, justificando la respuesta, la probabilidad de que un calefactor elegido al azar en la producción de esa empresa sea rechazado

Septiembre/07

Vamos a calcular la probabilidad del suceso contrario, es decir, la probabilidad de que pase los tres controles. Representemos la situación con el siguiente árbol:

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los

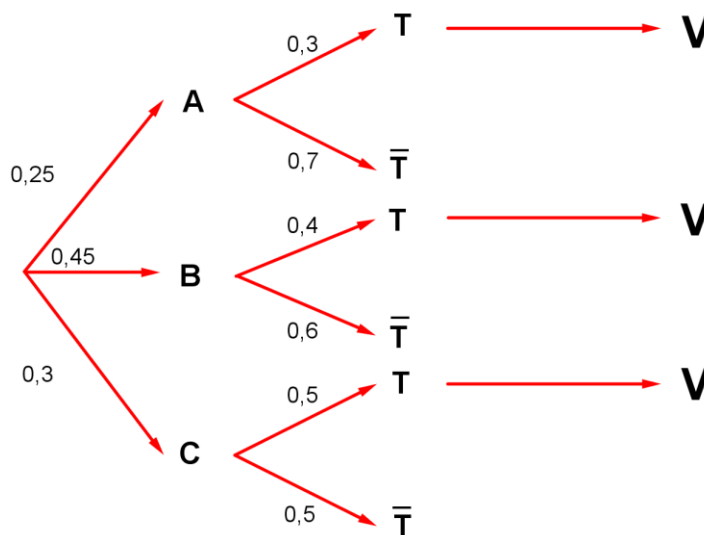
$$\left\{ \begin{array}{l} R \equiv \text{Ser rechazada en un control} \\ \bar{R} \equiv \text{Ser aceptada en un control} \\ C \equiv \text{Ser etiquetado correcto} \end{array} \right. \text{ sucesos:}$$

Así pues: $p(\bar{C}) = 1 - p(C) = 1 - 0,95 \cdot 0,98 \cdot 0,9 = 1 - 0,8379 = 0,1621$.

17. En una población se ha determinado que de cada 100 aficionados al fútbol, 25 son aficionados al equipo A, 45 son abonados al equipo B y el resto son abonados al equipo C. Sabiendo que el 30% de los abonados de A, el 40% de los abonados de B, y el 50% de los abonados de C, tienen menos de 30 años, determinar la probabilidad de que seleccionado al azar un aficionado al fútbol en esa población sea menor de 30 años. Justificar la respuesta.

JUNIO 2008

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



$$\left\{ \begin{array}{l} A \equiv \text{Ser aficionado del equipo A} \\ B \equiv \text{Ser aficionado del equipo B} \\ C \equiv \text{Ser aficionado del equipo C} \\ T \equiv \text{Ser menor de 30 años} \\ \bar{T} \equiv \text{No ser menor de 30 años} \\ V \equiv \text{Verificación del suceso} \end{array} \right. \text{ Siendo los sucesos}$$

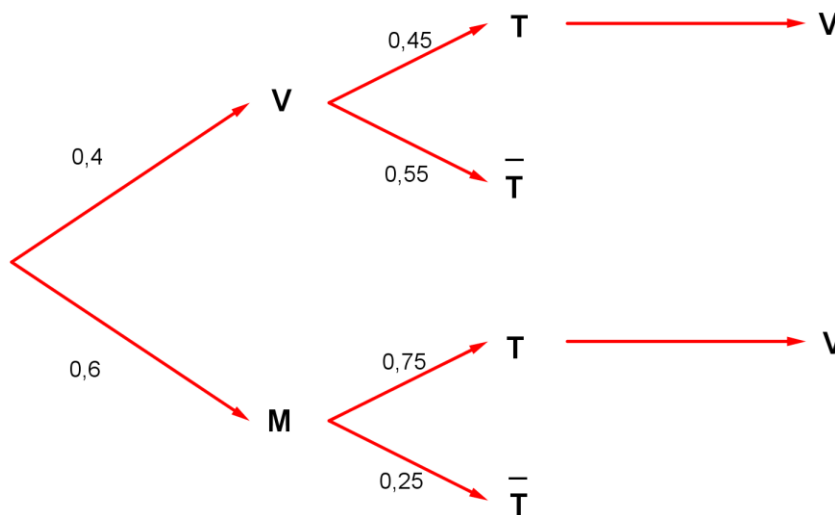
Aplicando el teorema de probabilidad total tenemos que:

$$p(T) = p(A) \cdot p(T / A) + p(B) \cdot p(T / B) + p(C) \cdot p(T / C) = 0,25 \cdot 0,3 + 0,45 \cdot 0,4 + 0,3 \cdot 0,5 = 0,405 \approx 40,5\%$$

18. El 40% de los residentes de cierta Comunidad Autónoma son varones. A partir de un estudio realizado en dicha comunidad se ha determinado que 45 de cada 100 varones y 75 de cada 100 mujeres suelen ver el canal autonómico de televisión. Determinar la probabilidad de que seleccionado al azar un residente de esa Comunidad, sea de los que suelen ver el canal autonómico de televisión. Justificar la respuesta.

SEPTIEMBRE 2008

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los sucesos $\left\{ \begin{array}{l} H \equiv \text{Ser var ón} \\ M \equiv \text{Ser mujer} \\ V \equiv \text{Verificaci ón del suceso} \\ T \equiv \text{Ver el canal autonómico} \\ \bar{T} \equiv \text{No ver el canal autonómico} \end{array} \right.$

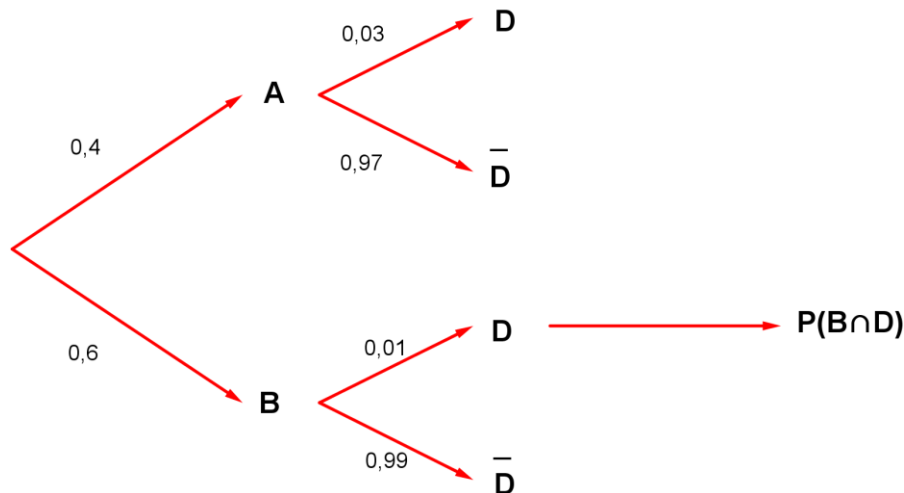
Aplicando el teorema de probabilidad total tenemos que:

$$p(T) = p(V) \cdot p(T / V) + p(M) \cdot p(T / M) = 0,4 \cdot 0,45 + 0,6 \cdot 0,75 = 0,63 \approx 63\%$$

19. Un joyero compra los relojes a dos casas comerciales (A y B). La casa A le proporciona el 40% de los relojes, resultando defectuosos un 3% de ellos. La casa B le suministra el resto de los relojes, resultando defectuosos un 1% de ellos. Cierta día, al vender un reloj el joyero observa que está defectuoso. Determinar la probabilidad de que dicho reloj proceda de la casa comercial B. Justificar la respuesta.

Junio/09

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Nos piden una probabilidad a posteriori y por lo tanto tenemos que utilizar el teorema de Bayes.

Sean los sucesos:

$$\begin{cases} A \equiv \text{Comprar en casa A} \\ B \equiv \text{Comprar en casa B} \\ D \equiv \text{Ser defectuoso} \end{cases}$$

Tenemos que :

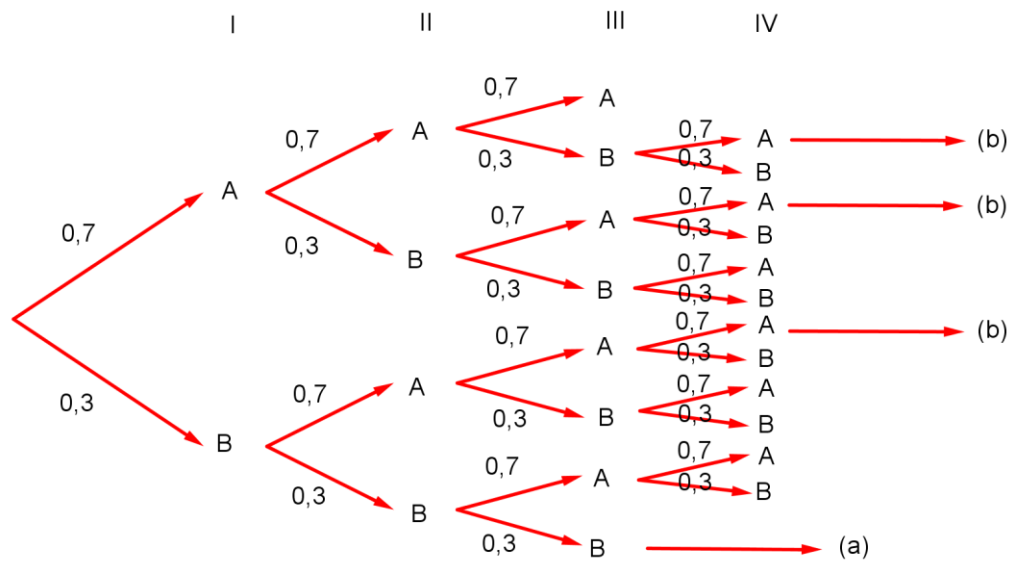
$$p(B/D) = \frac{p(B \cap D)}{p(D)} = \frac{0,6 \cdot 0,01}{0,4 \cdot 0,03 + 0,6 \cdot 0,01} = 0,333 \rightarrow 33,3\%$$

20. Los equipos de baloncesto de las ciudades A y B se han clasificado para la final de un torneo. La final se disputa al mejor de 5 partidos, en consecuencia, el equipo vencedor será el primero que gane 3 partidos. Por la experiencia acumulada entre ambos equipos se sabe que de cada 10 partidos que juegan, 7 los gana el equipo de la ciudad A y 3 los gana el equipo de la ciudad B. determinar, justificando la respuesta:

- La probabilidad de que la final la gane el equipo de la ciudad B al finalizar el tercer partido.
- La probabilidad de que la final la gane el equipo de la ciudad A al finalizar el cuarto partido.

Septiembre/09

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los sucesos: $\begin{cases} A \equiv \text{Ganar equipo A} \\ B \equiv \text{Ganar equipo B} \end{cases}$

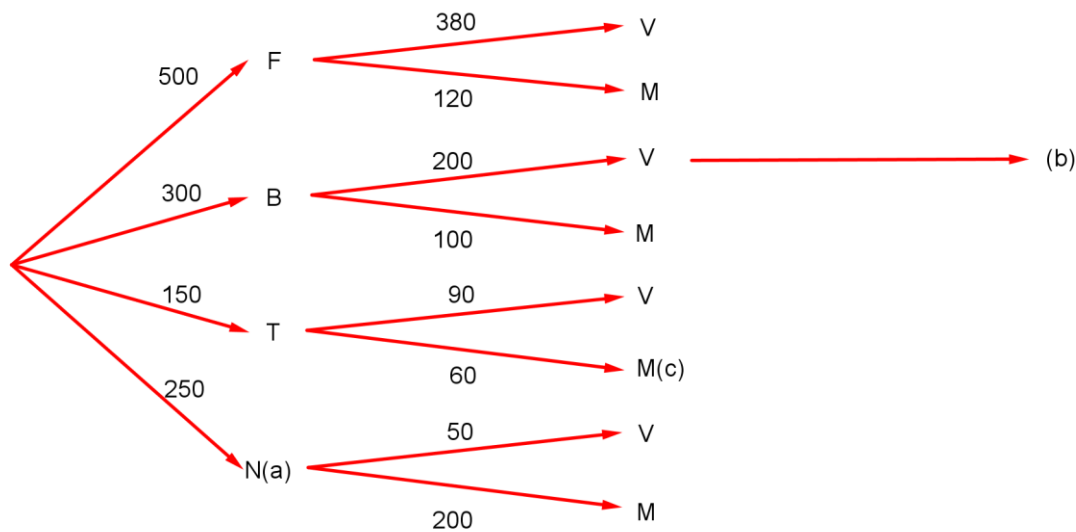
- Nos piden el camino señalado con (a) en el gráfico. Así $p(a) = 0,3^3 = 0,027 \Rightarrow 2,7\%$.
- Nos piden los otros tres caminos señalados en el gráfico. Aplicando el teorema de probabilidad total: $p(b) = 3 \cdot 0,7^3 \cdot 0,3 = 0,3087 \Rightarrow 30,87\%$.

21. Una asociación deportiva tiene 1200 socios, siendo el 40% de ellos mujeres. Están repartidos en cuatro secciones y cada socio sólo pertenece a una sección. En la sección de fútbol hay 500 socios, 120 de ellos mujeres, en la de baloncesto hay 300 socios, 100 de ellos mujeres, en la de tenis hay 150 socios, 60 de ellos mujeres, y en la de natación están el resto de los socios. Determinar, justificando la respuesta, la probabilidad de que seleccionado al azar un socio de dicha asociación:

- Pertenezca a la sección de natación.
- Sea varón y pertenezca a la sección de baloncesto.
- Sea mujer, sabiendo que pertenece a la sección de tenis.

General / Junio/10

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los sucesos

- $F \equiv \text{Ser aficionado al fútbol}$
- $B \equiv \text{Ser aficionado al baloncesto}$
- $T \equiv \text{Ser aficionado al tenis}$
- $N \equiv \text{Ser aficionado a la natación}$
- $M \equiv \text{Ser mujer}$
- $V \equiv \text{Ser varón}$

- a. Nos piden el camino señalado con (a) en el gráfico. Así

$$p(a) = p(N) = \frac{250}{1200} = 0,2083 \Rightarrow 20,83\%.$$

- b. Nos piden el camino señalado con (b) en el gráfico. Así, aplicando la expresión de

$$\text{probabilidad condicionada: } p(b) = p(B \cap V) = \frac{300}{1200} \cdot \frac{200}{300} = 0,166 \Rightarrow 16,6\%.$$

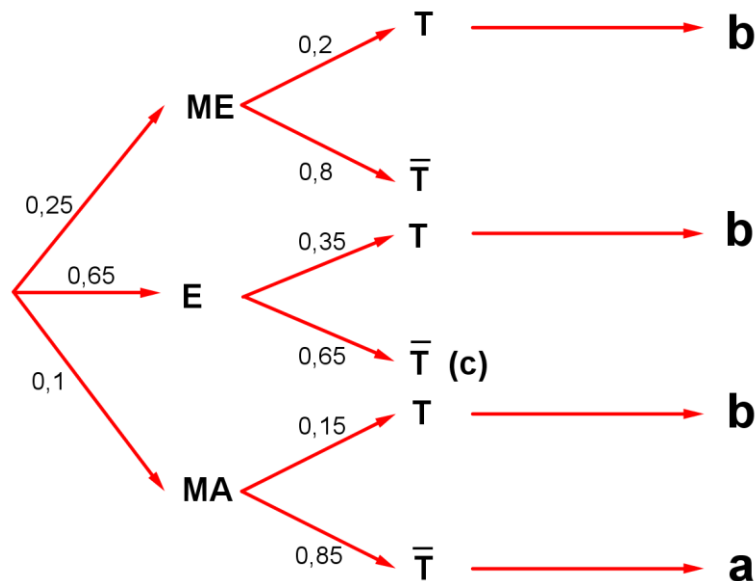
- c. Nos piden el camino señalado con (c) en el gráfico. Así $p(c) = p(M / T) = \frac{60}{150} = 0,4 \Rightarrow 40\%.$

22. De los 10000 socios de cierto club de fútbol, 2500 son menores de 25 años, 6500 tienen entre 25 y 60 años y el resto son mayores de 60 años. El presidente pregunta a todos los socios si están a favor o en contra de fichar a determinado jugador. Un 20% de los socios menores de 25 años, un 35% de los socios entre 35 y 60 años y un 15% de los socios mayores de 60 años, le responden que están a favor. El resto le manifiesta su opinión contraria a fichar a dicho jugador. Determinar la probabilidad de que seleccionado al azar un socio de dicho club, sea:

- a) Mayor de 60 años y de los que se han manifestado en contra de fichar al jugador.
 - b) De los que se han manifestado a favor de fichar al jugador.
 - c) De los que se han manifestado en contra de fichar al jugador, sabiendo que tiene 38 años.
- Justificar las respuestas.

Específica / Junio/10

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los sucesos

$$\left\{ \begin{array}{l} ME \equiv \text{Ser menor de 25 años} \\ E \equiv \text{Tener entre 25 y 60 años} \\ MA \equiv \text{Ser mayor de 60 años} \\ T \equiv \text{A favor de fichar} \\ \bar{T} \equiv \text{En contra de fichar} \end{array} \right.$$

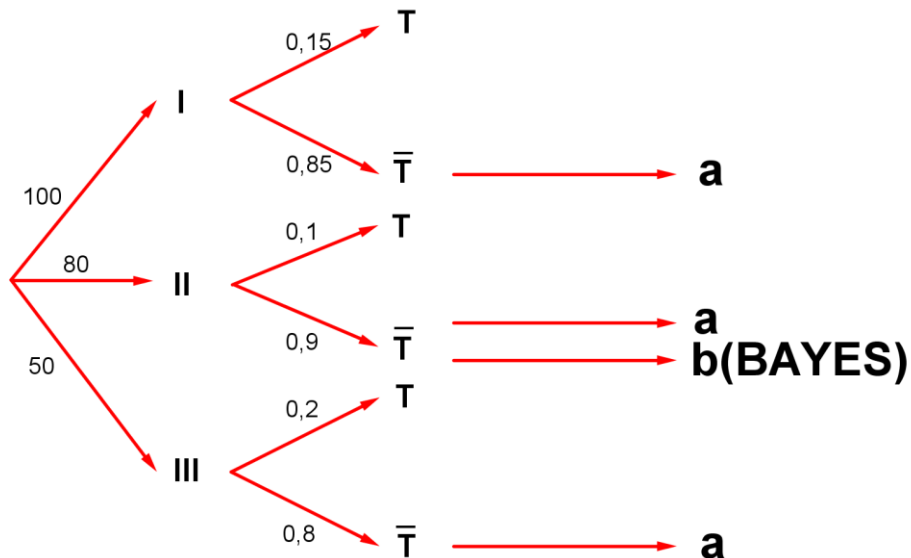
- Nos piden el camino señalado con (a) en el gráfico. Así, aplicando la expresión de probabilidad condicionada $p(a) = p(MA \cap \bar{T}) = 0,1 \cdot 0,85 = 0,085 \Rightarrow 8,5\%$.
- Nos piden los caminos señalados con (b) en el gráfico. Así, aplicando el teorema de probabilidad total: $p(b) = p(T) = 0,25 \cdot 0,2 + 0,65 \cdot 0,35 + 0,1 \cdot 0,15 = 0,2925 \Rightarrow 29,25\%$.
- Nos piden el camino señalado con (c) en el gráfico. Así $p(c) = p(\bar{T} / E) = 0,65 \Rightarrow 65\%$.

23. Un libro tiene 3 capítulos. El primer capítulo consta de 100 páginas y 15 de ellas contienen errores. El segundo capítulo, de 80 páginas, tiene 8 con error y en el tercero, de 50 páginas, el 80% no tiene ningún error.

- ¿Cuál es la probabilidad de que, al elegir una página al azar, no tenga errores?
 - Si tomamos una página al azar y observamos que no tiene errores, ¿Cuál es la probabilidad de que sea del capítulo dos?
- Justificar las respuestas.

General / Septiembre/10

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los sucesos

$$\left\{ \begin{array}{l} I \equiv \text{Ser del capítulo I} \\ II \equiv \text{Ser del capítulo II} \\ III \equiv \text{Ser del capítulo III} \\ T \equiv \text{Contener error} \\ \bar{T} \equiv \text{No contener error} \end{array} \right.$$

- a. Nos piden el camino señalado con (a) en el gráfico. Así, aplicando el teorema de probabilidad total: $p(a) = p(\bar{T}) = \frac{100}{230} \cdot 0,85 + \frac{80}{230} \cdot 0,9 + \frac{50}{230} \cdot 0,8 = 0,8565 \Rightarrow 85,65\%$.
- b. Nos piden una probabilidad a posteriori. Debemos utilizar el teorema de Bayes.

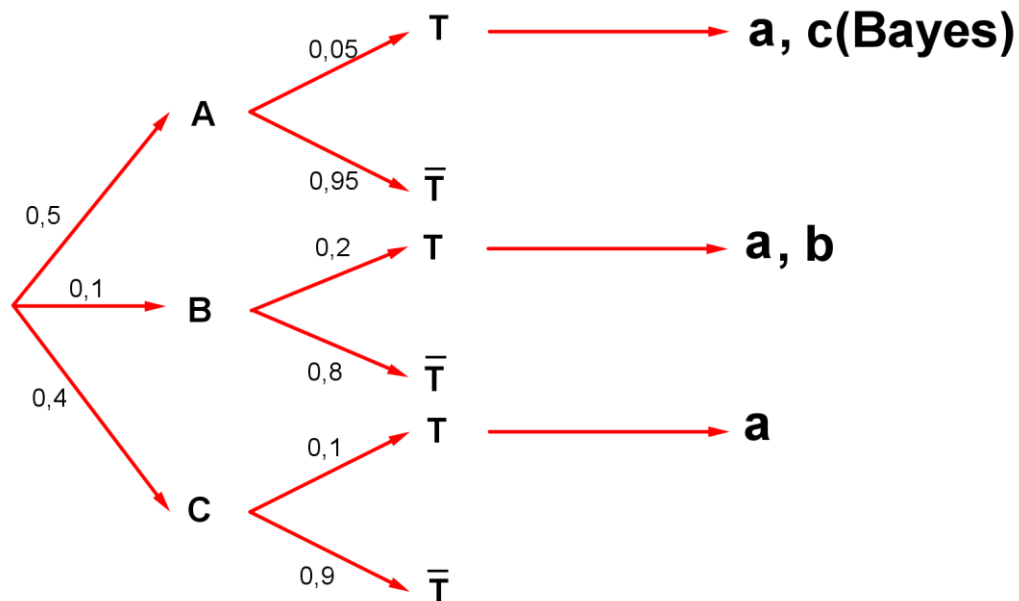
$$\text{Así } p(b) = p(II / \bar{T}) = \frac{p(II \cap \bar{T})}{p(\bar{T})} = \frac{\frac{80}{230} \cdot 0,9}{0,8565} = 0,3655 \Rightarrow 36,55\%$$

24. Una empresa que fabrica televisores con tecnología LED tiene tres centros de producción de pantallas. En el centro A fabrica el 50% de las pantallas y se sabe que el 5% de ellas son defectuosas. En el centro B se fabrica un 10% de las pantallas y el porcentaje de defectuosas es del 20%. El resto se fabrica en C, donde el porcentaje de defectuosas es del 10%.

- a) Determinar la probabilidad de que una pantalla elegida al azar sea defectuosa.
b) Determinar la probabilidad de que una pantalla elegida al azar sea defectuosa y fabricada en el centro B.
c) Si se selecciona una pantalla al azar y se observa que es defectuosa, ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido fabricada en A?
Justificar las respuestas.

Específica / Septiembre/10

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los sucesos

$$\left\{ \begin{array}{l} A \equiv \text{Ser del centro A} \\ B \equiv \text{Ser del centro B} \\ C \equiv \text{Ser del centro C} \\ T \equiv \text{Ser defectuosa} \\ \bar{T} \equiv \text{No ser defectuosa} \end{array} \right.$$

- Nos piden los caminos señalados con (a) en el gráfico. Así, aplicando el teorema de probabilidad total: $p(a) = p(T) = 0,5 \cdot 0,05 + 0,1 \cdot 0,2 + 0,4 \cdot 0,1 = 0,085 \Rightarrow 8,5\%$.
- Nos piden el camino señalado con (b) en el gráfico. Así, aplicando la expresión de probabilidad condicionada $p(b) = p(B \cap T) = 0,1 \cdot 0,2 = 0,02 \Rightarrow 2\%$.
- Nos piden una probabilidad a posteriori. Debemos utilizar el teorema de Bayes.

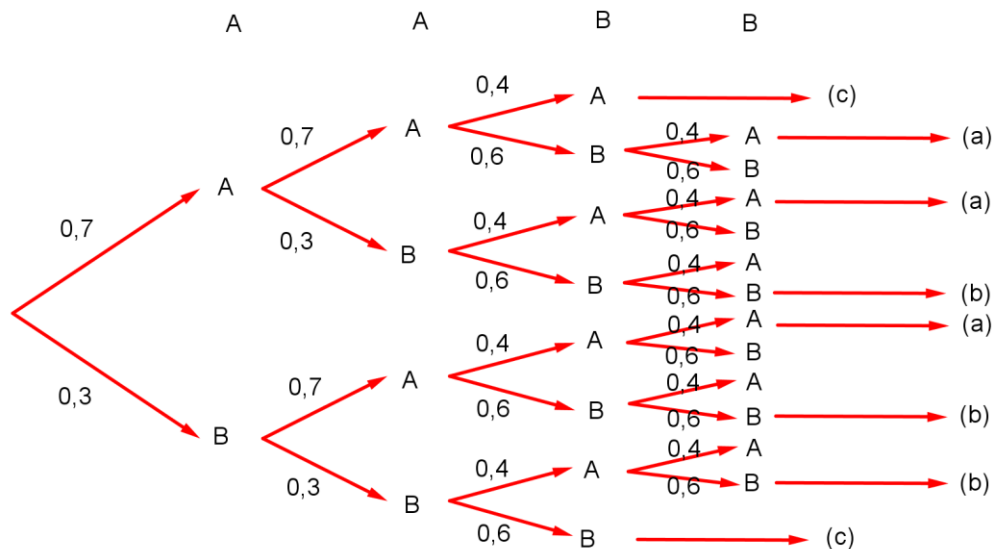
$$\text{Así } p(c) = p(A/T) = \frac{p(A \cap T)}{p(T)} = \frac{0,5 \cdot 0,05}{0,085} = 0,294 \Rightarrow 29,4\%$$

25. La final de un campeonato se juega entre los dos mejores equipos. El primero que gane 3 partidos es el campeón. El equipo A tiene unas probabilidades de ganar cuando juega en casa de 0,7 y de 0,4 cuando juega en casa de B. No existe el empate. Los partidos se juegan en el orden A-A-B-B-A donde la letra indica el equipo que juega en casa. Responder, justificando la respuesta:

- ¿Cuál es la probabilidad de que A gane el campeonato en 4 partidos?
- ¿Cuál es la probabilidad de que B gane el campeonato en 4 partidos?
- ¿Cuál es la probabilidad de que se decida el campeonato en los tres primeros partidos de la final?

Junio/11

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los sucesos: $\begin{cases} A \equiv \text{Ganar equipo A} \\ B \equiv \text{Ganar equipo B} \end{cases}$

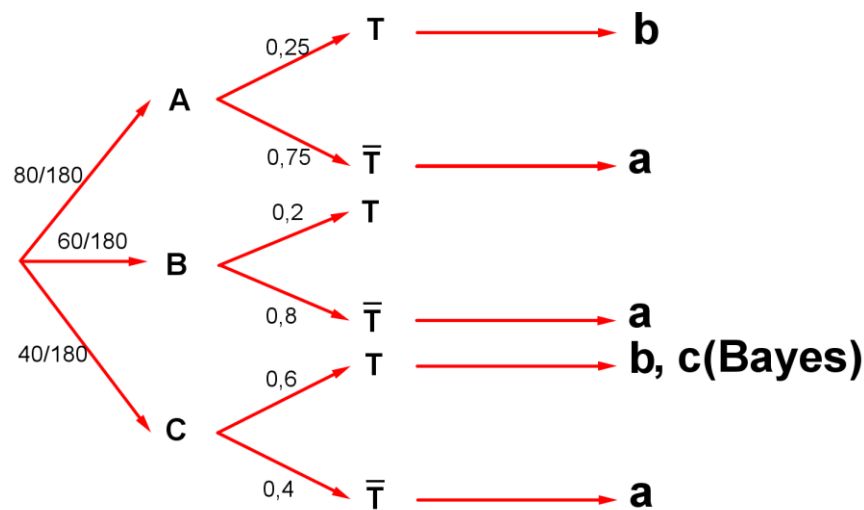
- Nos piden los caminos señalados con (a) en el gráfico. Así, aplicando el teorema de probabilidad total: $p(a) = 0,7^2 \cdot 0,6 \cdot 0,4 + 2 \cdot 0,7 \cdot 0,3 \cdot 0,4^2 = 0,1848 \Rightarrow 18,48\%$.
- Nos piden el camino señalado con (b) en el gráfico. Así, aplicando el teorema de probabilidad total: $p(b) = 0,3^2 \cdot 0,6 \cdot 0,4 + 2 \cdot 0,7 \cdot 0,3 \cdot 0,6^2 = 0,1728 \Rightarrow 17,28\%$.
- Nos piden los caminos señalados con (c) en el gráfico. Así, aplicando el teorema de probabilidad total: $p(c) = 0,7^2 \cdot 0,4 + 0,6 \cdot 0,3^2 = 0,25 \Rightarrow 25\%$.

26. A 180 estudiantes de 3 Institutos de Enseñanza Secundaria (A, B y C) se les preguntó si consideraban que la existencia de un carril para bicicletas contribuiría a solucionar los problemas de polución que afectaban a su ciudad. Contestaron afirmativamente 20 de los 80 estudiantes del Instituto A, 12 de los 60 estudiantes del Instituto B y un 60% de los estudiantes del Instituto C. Determinar la probabilidad de que seleccionado un estudiante al azar de entre los 180:

- No haya contestado afirmativamente.
 - Haya contestado afirmativamente y no sea del Instituto B.
 - Sea del Instituto C, sabiendo que ha contestado afirmativamente.
- Justificar las respuestas.**

Septiembre/11

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los sucesos

$$\left\{ \begin{array}{l} A \equiv \text{Ser del centro A} \\ B \equiv \text{Ser del centro B} \\ C \equiv \text{Ser del centro C} \\ T \equiv \text{Contestar afirmativamente} \\ \bar{T} \equiv \text{No contestar afirmativamente} \end{array} \right.$$

- Nos piden los caminos señalados con (a) en el gráfico. Así, aplicando el teorema de probabilidad total: $p(a) = p(\bar{T}) = \frac{80}{180} \cdot 0,75 + \frac{60}{180} \cdot 0,8 + \frac{40}{180} \cdot 0,4 = 0,6888 \Rightarrow 68,89\%$.
- Nos piden los caminos señalados con (b) en el gráfico. Así, aplicando el teorema de probabilidad total: $p(b) = \frac{80}{180} \cdot 0,25 + \frac{40}{180} \cdot 0,6 = 0,244 \Rightarrow 24,44\%$
- Nos piden una probabilidad a posteriori. Debemos utilizar el teorema de Bayes.

$$\text{Así } p(c) = p(C/T) = \frac{p(C \cap T)}{p(T)} = \frac{\frac{40}{180} \cdot 0,6}{1 - 0,6889} = 0,4286 \Rightarrow 42,86\%$$

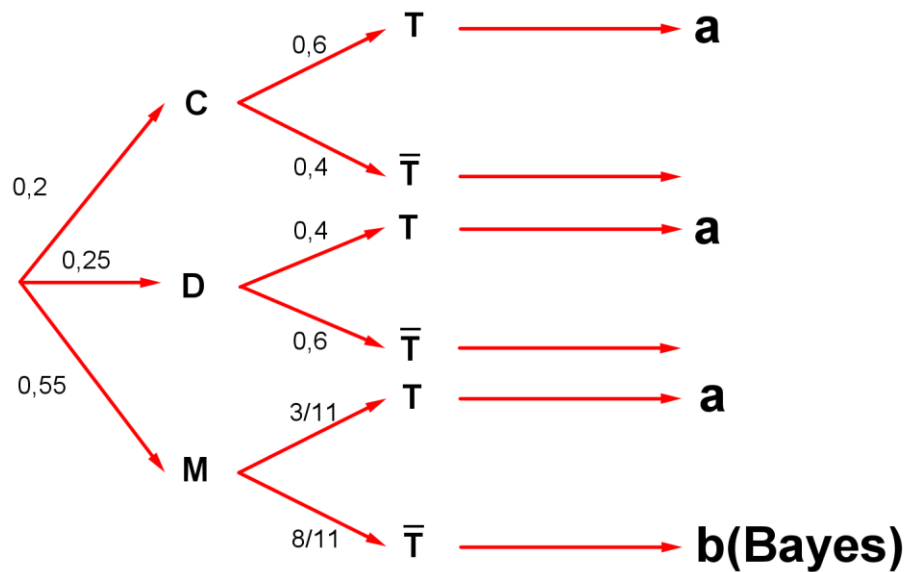
27. En un centro comercial, las compras son pagadas con tarjetas de crédito, tarjetas de débito o en metálico. Se comprobó que en una semana hubo 400 compras con tarjetas de crédito, 500 con tarjetas de débito y 1100 en metálico. Un 60% de las compras con tarjetas de crédito fueron superiores a 200 euros, mientras que para las compras con tarjeta de débito el porcentaje de compras superiores a 200 euros fue del 40%. Además, 300 de las compras en metálico también fueron superiores a 200 euros. Si se extrae al azar un comprobante de compra,

- ¿Cuál es la probabilidad de que corresponda a una compra superior a 200 euros?
- Si la compra es inferior a 200 euros, ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido pagada en metálico?

Justificar las respuestas.

Junio/12

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los sucesos

$$\left\{ \begin{array}{l} C \equiv \text{Comprar con t. de crédito} \\ D \equiv \text{Comprar con t. de débito} \\ M \equiv \text{Comprar en metálico} \\ T \equiv \text{Compra superior a 200 €} \\ \bar{T} \equiv \text{Compra inferior a 200 €} \end{array} \right.$$

- a. Nos piden los caminos señalados con (a) en el gráfico. Así, aplicando el teorema de probabilidad total: $p(a) = p(T) = 0,2 \cdot 0,6 + 0,25 \cdot 0,4 + \frac{3}{11} \cdot 0,55 = 0,37 \Rightarrow 37\%$.
- b. Nos piden una probabilidad a posteriori. Debemos utilizar el teorema de Bayes.

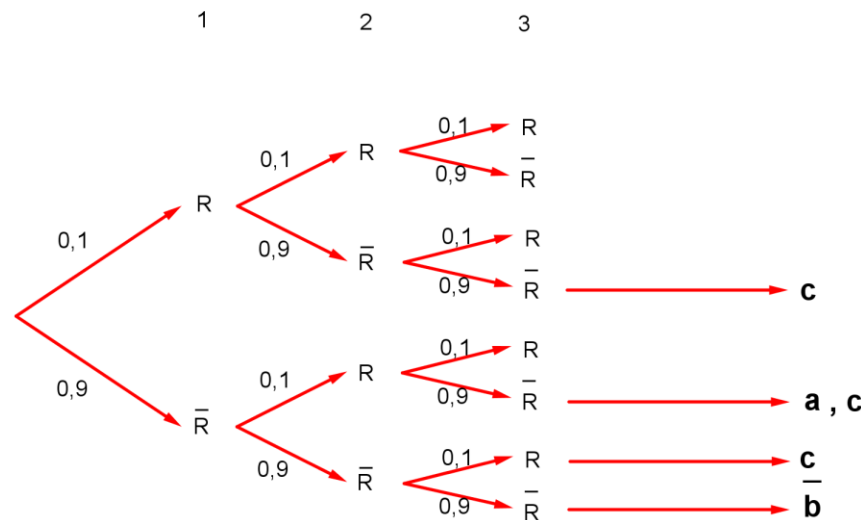
$$\text{Así } p(b) = p(M / \bar{T}) = \frac{p(M \cap \bar{T})}{p(\bar{T})} = \frac{0,55 \cdot \frac{8}{11}}{1 - 0,37} = 0,6349 \Rightarrow 63,49\%$$

28. En un proceso de fabricación se sabe que la probabilidad de que un producto sea defectuoso es 0.1. Si se selecciona al azar una muestra aleatoria de 3 productos.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que sólo el segundo sea defectuoso?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que, al menos, uno de los tres sea defectuoso?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que haya exactamente uno defectuoso?
- Justificar las respuestas.

Septiembre/12

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los sucesos: $\begin{cases} R \equiv \text{Ser defectuoso} \\ \bar{R} \equiv \text{No ser defectuoso} \end{cases}$

- Nos piden el camino señalado con (a) en el gráfico. Así, aplicando el teorema de probabilidad condicionada: $p(a) = 0,9^2 \cdot 0,1 = 0,081 \Rightarrow 8,1\%$.
- Nos piden el camino señalado con (b) en el gráfico. Así, aplicando el teorema de probabilidad condicionada: $p(b) = 1 - p(\bar{b}) = 1 - 0,9^3 = 0,271 \Rightarrow 27,1\%$.
- Nos piden los caminos señalados con (c) en el gráfico. Así, aplicando el teorema de probabilidad total: $p(c) = 3 \cdot 0,1 \cdot 0,9^2 = 0,243 \Rightarrow 24,3\%$.

29. Se va a proceder a la selección de investigadores para un centro aeroespacial. Se realizan tres pruebas independientes: A (idiomas), B (conocimientos teóricos y prácticos) y C (pruebas físicas). Para acceder al puesto hay que superar las tres pruebas. Se sabe, de procesos anteriores, que la prueba A la superan el 10%, la B el 40% y la C el 20%. Se pide:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un candidato sea seleccionado?

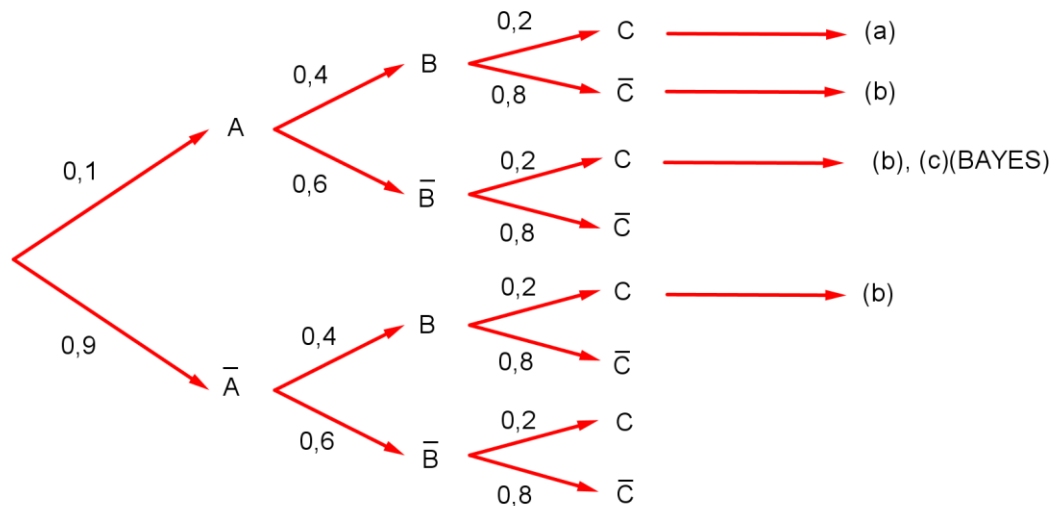
b) ¿Cuál es la probabilidad de que un candidato no sea seleccionado por fallar en una prueba solamente?

c) Sabiendo que un candidato ha pasado exactamente dos pruebas, ¿Cuál es la probabilidad de que haya fallado en la prueba B?

Justificar las respuestas. Nota: Todos los candidatos realizan las tres pruebas.

Junio/13

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los sucesos: $\begin{cases} A \equiv \text{Superar prueba A} \\ B \equiv \text{Superar prueba B} \\ C \equiv \text{Superar prueba C} \end{cases}$

- Nos piden el camino señalado con (a) en el gráfico. Así, aplicando el teorema de probabilidad condicionada: $p(a) = 0,1 \cdot 0,4 \cdot 0,2 = 0,008 \Rightarrow 8\%$.
- Nos piden los caminos señalado con (b) en el gráfico. Así, aplicando el teorema de probabilidad total: $p(b) = 0,1 \cdot 0,4 \cdot 0,8 + 0,1 \cdot 0,6 \cdot 0,2 + 0,9 \cdot 0,4 \cdot 0,2 = 0,116 \Rightarrow 11,6\%$
- Nos piden una probabilidad a posteriori. Debemos utilizar el teorema de Bayes.

$$\text{Así } p(c) = p(\bar{B} / b) = \frac{p(\bar{B} \cap b)}{p(b)} = \frac{0,1 \cdot 0,6 \cdot 0,2}{0,116} = 0,1034 \Rightarrow 10,34\%$$

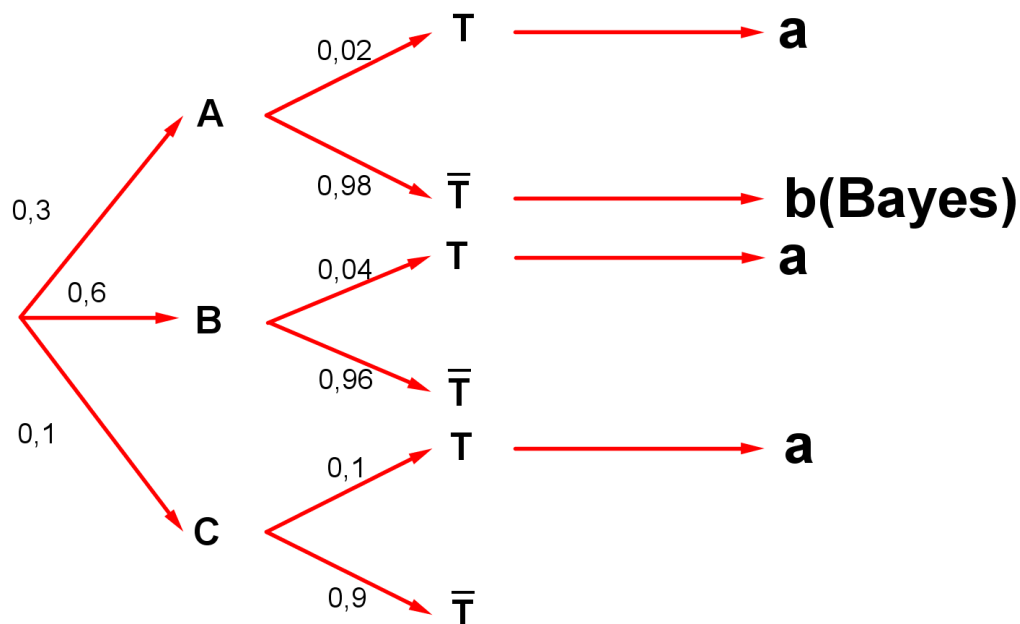
30. Una compañía de prevención de riesgos laborales clasifica las empresas de una zona en tres tipos: A, B y C. La experiencia acumulada indica que la probabilidad de que una empresa A tenga un accidente en un año es de 0.02. Para empresas B y C esa probabilidad es 0.04 y 0.1 respectivamente. El 30% de las empresas de la zona son de clase A, el 60% son de clase B y el resto de clase C.

- ¿Cuál es la probabilidad de que una empresa de la zona tenga un accidente en un año?
- Si una empresa de la zona no ha tenido accidentes este año, ¿Cuál es la probabilidad de que sea de clase A?

Justificar las respuestas.

Septiembre/13

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los sucesos

$$\begin{cases} A \equiv \text{Ser empresa de clase A} \\ B \equiv \text{Ser empresa de clase B} \\ C \equiv \text{Ser empresa de clase C} \\ T \equiv \text{Tener un accidente} \\ \bar{T} \equiv \text{No tener un accidente} \end{cases}$$

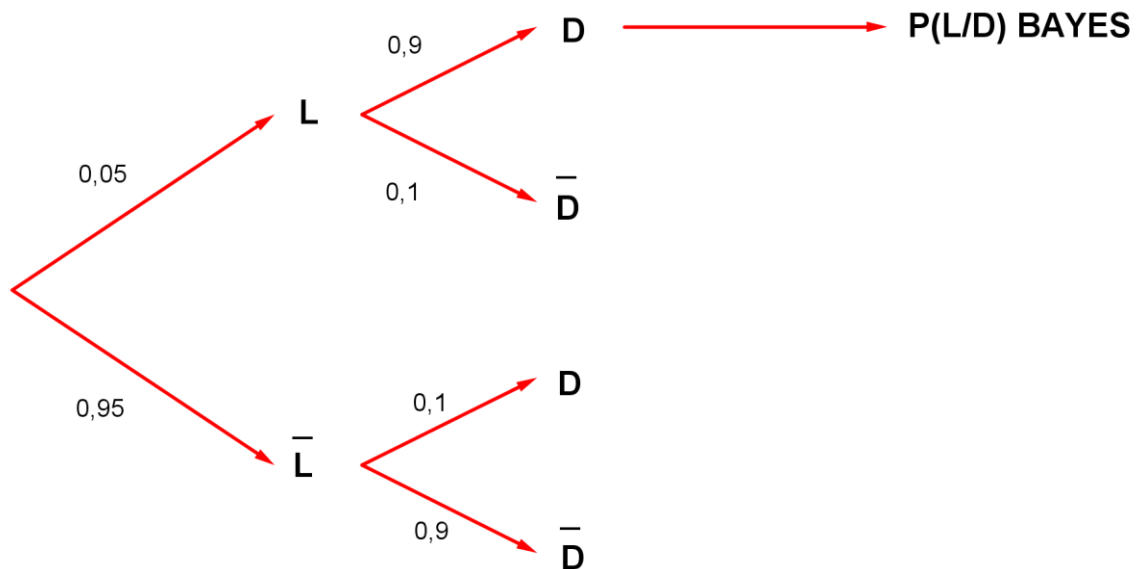
- Nos piden los caminos señalados con (a) en el gráfico. Así, aplicando el teorema de probabilidad total: $p(a) = 0,3 \cdot 0,02 + 0,6 \cdot 0,04 + 0,4 \cdot 0,1 = 0,07 \Rightarrow 7\%$.
- Nos piden una probabilidad a posteriori. Debemos utilizar el teorema de Bayes.

$$\text{Así } p(b) = p(A/\bar{T}) = \frac{p(A \cap \bar{T})}{p(\bar{T})} = \frac{0,3 \cdot 0,98}{1 - 0,07} = 0,3161 \Rightarrow 31,61\%$$

31. Los alumnos de 2º de Bachillerato de un Instituto se van de excursión al campo el próximo domingo. Desafortunadamente, el hombre del tiempo ha predicho que lloverá ese día. Se sabe, de predicciones anteriores, que cuando llueve, el hombre del tiempo predice lluvia el 90% de las veces. Mientras que, cuando no llueve, predice lluvia un 10% de las veces. Si sabemos que en la zona a la que van los alumnos llueve el 5% de los días, ¿Cuál es la probabilidad de que llueva ese domingo? Justificar la respuesta.

Junio 14

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los sucesos:

$$\begin{cases} L \equiv \text{Llover ese día} \\ D \equiv \text{Predecir lluvia} \\ \bar{D} \equiv \text{No predecir lluvia} \end{cases}$$

Nos piden una probabilidad a posteriori. Debemos utilizar el teorema de Bayes.

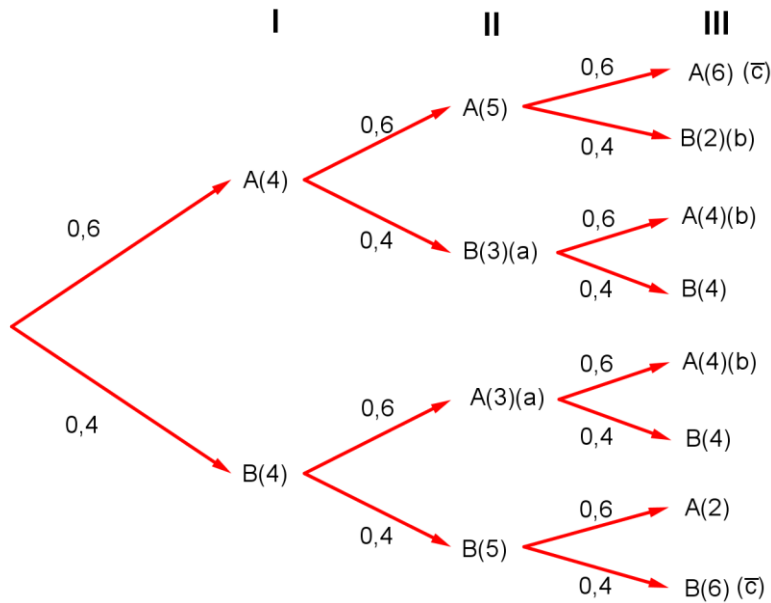
$$\text{Así } p(L/D) = \frac{p(L \cap D)}{p(D)} = \frac{0,9 \cdot 0,05}{0,9 \cdot 0,05 + 0,95 \cdot 0,1} = 0,3214 \Rightarrow 32,14\%$$

32. Dos personas, A y B, comienzan un juego con 3 € cada una. Al final de cada partida, la ganadora recibe un euro de la perdedora (no hay empates). Sabiendo que hay un 60% de posibilidades de que A gane una partida, y que el juego termina cuando una de las dos se queda sin dinero, determina:

- ¿Cuál es la probabilidad de que, transcurridas dos partidas, A tenga tres euros?**
- ¿Cuál es la probabilidad de que, transcurridas tres partidas, A tenga cuatro euros?**
- ¿Cuál es la probabilidad de que el juego dure más de tres partidas?**

Julio 14

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



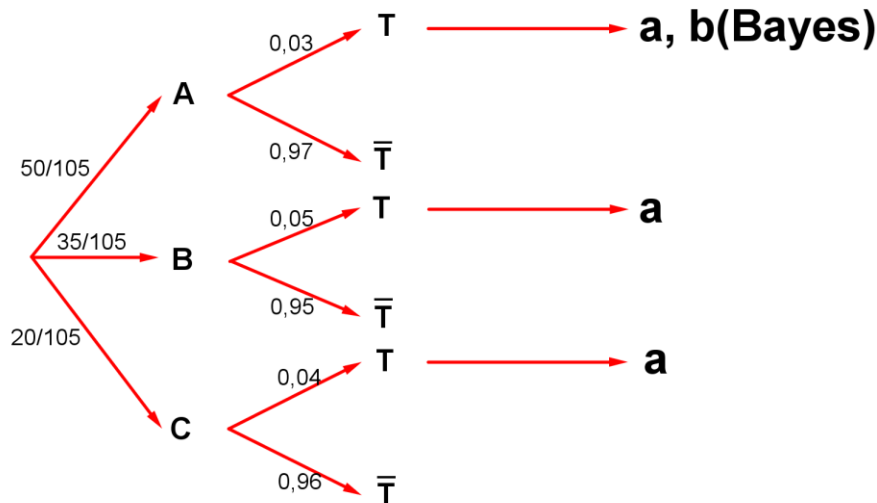
Siendo los sucesos: $\begin{cases} A \equiv \text{Ganar jugador A} \\ B \equiv \text{Ganar jugador B} \end{cases}$

- Nos piden los caminos señalados con (a) en el gráfico. Así, aplicando el teorema de probabilidad total: $p(a) = 2 \cdot 0,6 \cdot 0,4 = 0,48 \Rightarrow 48\%$.
- Nos piden los caminos señalados con (b) en el gráfico. Así, aplicando el teorema de probabilidad total: $p(b) = 3 \cdot 0,6^2 \cdot 0,4 = 0,432 \Rightarrow 43,2\%$.
- Nos piden los caminos señalados con (c) en el gráfico. Así, aplicando el teorema de probabilidad total: $p(c) = 1 - p(\bar{c}) = 1 - (0,6^3 + 0,4^3) = 0,72 \Rightarrow 72\%$.

33. Un fabricante de móviles compra baterías a 3 proveedores distintos A, B y C. De los pedidos anteriores sabe que una proporción de las baterías son defectuosas: el 3% de las baterías de A, el 5% de las baterías de B y el 4% de las baterías de C. Actualmente tiene 50000 unidades de A, 35000 unidades de B y 20000 unidades de C. a) Si se coge una batería al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que sea defectuosa? b) Si se ha cogido al azar una batería y es defectuosa, ¿Cuál es la probabilidad de que sea del fabricante A? Justificar las respuestas.

Junio 15

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los sucesos $\left\{ \begin{array}{l} A \equiv \text{Ser del proveedor A} \\ B \equiv \text{Ser del proveedor B} \\ C \equiv \text{Ser del proveedor C} \\ T \equiv \text{Ser defectuosa} \\ \bar{T} \equiv \text{No ser defectuosa} \end{array} \right.$

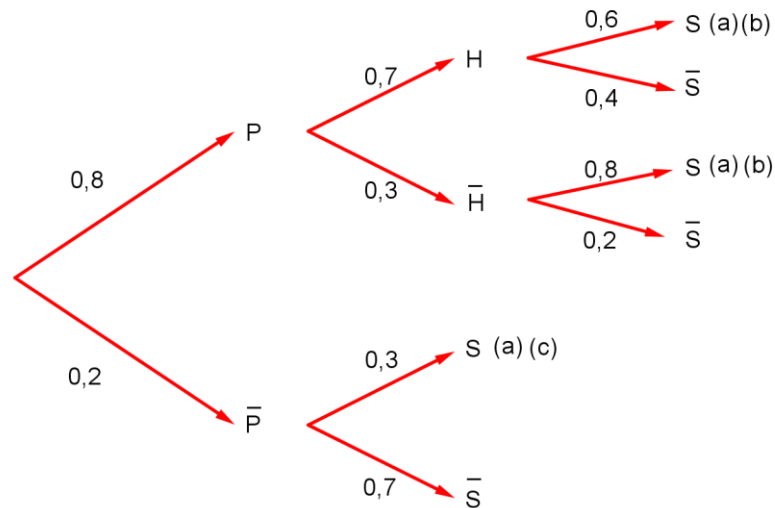
- c. Nos piden los caminos señalados con (a) en el gráfico. Así, aplicando el teorema de probabilidad total: $p(T) = \frac{50}{105} \cdot 0,03 + \frac{35}{105} \cdot 0,05 + \frac{20}{105} \cdot 0,4 = 0,0386 \Rightarrow 3,86\%$.
- d. Nos piden una probabilidad a posteriori. Debemos utilizar el teorema de Bayes.

$$\text{Así } p(A/T) = \frac{p(A \cap T)}{p(T)} = \frac{0,03 \cdot \frac{50}{105}}{0,0386} = 0,37 \Rightarrow 37\%$$

34. El 80% de las familias españolas es propietaria de la casa que habitan. De ellas, el 70% tiene una hipoteca sobre la misma. Se está realizando un estudio sobre la satisfacción de las familias respecto a la vivienda en la que residen. Se han obtenido los siguientes datos: - Las familias con vivienda en propiedad y sin hipoteca están satisfechas en un 80%. - Las familias con vivienda en propiedad y con hipoteca están satisfechas en un 60%. - Las familias sin vivienda en propiedad están satisfechas en un 30%. a) Si se elige al azar una familia, ¿Cuál es la probabilidad de que esté satisfecha con la vivienda en que reside? b) Si se elige al azar una familia, ¿Cuál es la probabilidad de que esté satisfecha con la vivienda en que reside y que ésta sea en propiedad? c) Sabiendo que una familia está satisfecha, ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga vivienda en propiedad? Justificar las respuestas.

Julio 15

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los sucesos: $\begin{cases} P \equiv \text{Ser propietaria} \\ H \equiv \text{Tener hipoteca} \\ S \equiv \text{Estar satisfecha con la vivienda} \end{cases}$

- Nos piden los caminos señalados con (a) en el gráfico. Así, aplicando el teorema de probabilidad total: $p(S) = 0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,6 + 0,8 \cdot 0,3 \cdot 0,8 + 0,2 \cdot 0,3 = 0,588 \Rightarrow 58,8\%$.
- Nos piden los caminos señalados con (b) en el gráfico. Así, aplicando el teorema de probabilidad total: $p(P \cap S) = 0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,6 + 0,8 \cdot 0,3 \cdot 0,8 = 0,528 \Rightarrow 52,8\%$
- Nos piden una probabilidad a posteriori. Debemos utilizar el teorema de Bayes.

$$\text{Así } p(\bar{P} / S) = \frac{p(\bar{P} \cap S)}{p(S)} = \frac{0,3 \cdot 0,2}{0,588} = 0,1020 \Rightarrow 10,2\%$$