

EJERCICIOS POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS

1. Efectúa las siguientes operaciones con polinomios:

- a. $(3x^2 - 7x + 8) \cdot (x - 5) - x \cdot (x^3 - 4)$ b. $(10x^3 - 15) + x^2 \cdot (x + 5)$
c. $(3x^2 - 2x) \cdot (x^2 - x) + 2x \cdot (x^3 + 1)$ d. $7 \cdot (3x^2 + 4x - 1) + (x - 5) \cdot (x + 1)$

2. Efectuar las siguientes divisiones:

- a. $(x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5) : (x^2 - x + 1)$ b. $(3x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 12) : (x^3 - 1)$
c. $(5x^4 + 2x^3 + x^2 - 8) : (x^3 - x^2)$ d. $(5x^6 - 4x^4 - 9x^2 - 10) : (x^4 + 2)$

3. Calcula, aplicando la regla de Ruffini, el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

- a. $(2x^5 + 3x^2 - 6) : (x + 3)$ b. $(x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 1) : (x - 5)$
c. $(10x^3 - 15) : (x + 5)$ d. $(3x^4 - 10x^3 - x^2 - 20x + 5) : (x - 4)$

4. Calcula, sin realizar la división, el resto de las siguientes divisiones:

- a. $(x^5 - x^2 + 2) : (x + 1)$ b. $(2x^4 + x^3 - 3x^2 + 4) : (x - 3)$
c. $(2x^3 - 15x) : (x + 2)$ d. $(x^4 - 2x^3 + x^2 - 5x + 1) : (x - 2)$

5. Calcula, utilizando el Teorema del resto, el valor de m para que cada una de la siguientes divisiones sea exacta o cuyo resto sea el indicado:

- a. $(x^3 + 8x^2 + 4x + 4m) : (x + 4)$ (exacta) b. $(x^5 - 4mx^3 + mx^2 - 10) : (x + 1)$ (Resto=4)
c. $(5x^4 + 2x^2 + mx - m) : (x - 3)$ (Resto=23) d. $(12x^2 - 3x + m) : (x - 8)$ (exacta)

6. Factoriza mentalmente los siguientes polinomios e indica sus raíces:

- a. $36x^4 + 12x^2 + 1$ b. $x^6 - x^2$ c. $81x^4 - 18x^2 + 1$ d. $x^5 - 16x$ e. $x^3 - 10x^2 + 25x$
f. $16x^2 + 16x + 4$ g. $x^4 - 4x^3 + 4x^2$ h. $2x^3 - 8x$ i. $4x^3 + 32x^2 + 64x$ j. $16x^4 - 72x^2 + 81$

7. Factoriza los siguientes polinomios e indica sus raíces:

- a. $6x^3 - 4x - 2$ b. $8x^3 - 8$ c. $2x^2 - 7x + 3$ d. $6x^2 - 7x - 3$ e. $8x^3 + 2x^2 - 6x - 4$
f. $x^3 + 8$ g. $2x^4 - 5x^3 + 5x - 2$ h. $6x^2 + 4x - 2$ i. $2x^4 + 5x^3 - 5x^2 - 5x + 3$ j. $4x^3 + 9x^2 - 5x$

8. Calcula el M.C.D. y el m.c.m. de los siguientes polinomios:

- a) $P(x) = x^2(x - 3)$; $Q(x) = x(x - 3)$; $R(x) = x(x - 3)(x + 3)$
b) $P(x) = (x + 2)^2$; $Q(x) = (x + 2)^3$; $R(x) = x + 2$
c) $P(x) = x^2 - 1$; $Q(x) = (x - 1)^2$
d) $P(x) = (x + 2)$; $Q(x) = (x - 2)^3$; $R(x) = x$

9. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a. $\frac{x^3}{x^2+x^3}$ b. $\frac{x^3-1}{x^2-1}$ c. $\frac{x^3-8}{3x^2-5x-2}$ d. $\frac{x^3-7x+6}{x^3+2x^2-5x-6}$ e. $\frac{3x^2-3x-3}{x^3-x^2-x}$

f. $\frac{4x^2+12x+9}{4x^2-9}$ g. $\frac{9x^2-1}{15x+5}$ h. $\frac{x^3-x^2-2x}{x^3-6x^2+11x-6}$ i. $\frac{x^3-2x^2+x}{x^3-x}$

10. Efectúa las siguientes operaciones con fracciones algebraicas y simplifica:

a. $\frac{x+1}{x^2-1} - \frac{x^2}{x+1}$ b. $\frac{3}{2x-4} + \frac{1}{x-2} - \frac{x+10}{2x^2-8}$ c. $(x+\frac{x}{x-1}) : (x-\frac{x}{x-1})$ d. $\frac{x^2-4}{x+1} \cdot \frac{x^3+1}{x^3-8}$

e. $(x-\frac{4}{x}) : (1-\frac{2}{x})$ f. $(\frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}) \cdot (x^4+x^3)$ g. $\frac{4}{x+1} - \frac{3x}{x^2-1} - \frac{x+1}{x-1}$ h. $\frac{3xy}{x-y} \cdot \frac{x^2-y^2}{6x^2y} - \frac{x+y}{x}$

SOLUCIONES

1. a. $-x^4 + 3x^3 - 22x^2 + 47x - 40$ b. $11x^3 + 5x^2 - 15$ c. $5x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 2x$ d. $22x^2 + 24x - 12$
2. a. $C(x)=x^2 + 3x + 5$ $R(x)=6x$ b. $C(x)=3x + 8$ $R(x)=-6x^2 + 3x - 4$
- c. $C(x)=5x + 7$ $R(x)=8x^2 - 8$ d. $C(x)=5x^2 - 4$ $R(x)=-19x^2 - 2$
3. a. $C(x)=2x^4 - 6x^3 + 18x^2 - 51x + 153$ $R=-465$ b. $C(x)=x^3 + 2x + 10$ $R=49$
- c. $C(x)=10x^2 - 50x + 250$ $R=-1.265$ d. $C(x)=3x^3 + 2x^2 + 7x + 8$ $R=37$
4. a. 0 b. 166 c. 14 d. -5
5. a. $m=-12$ b. $m=3$ c. $m=-200$ d. $m=-744$
6. a. $(6x^2 + 1)^2$ no tiene raíces reales b. $x^2(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$ raíces: $x=0, x=1, x=-1$
- c. $(3x + 1)^2(3x - 1)^2$ raíces: $x=1/3$ doble, $x=-1/3$ doble d. $x(x^2 + 4)(x + 2)(x - 2)$ raíces: $x=0, x=2, x=-2$
- e. $x(x - 5)^2$ raíces: $x=0$, $x=5$ doble f. $(4x + 2)^2$ raíces: $x=-1/2$ doble
- g. $x^2(x - 2)^2$ raíces: $x=0$ doble, $x=2$ doble h. $2x(x + 2)(x - 2)$ raíces: $x=0, x=2, x=-2$
- i. $4x(x - 4)^2$ raíces: $x=0$, $x=4$ doble j. $(3x + 2)^2(3x - 2)^2$ raíces: $x=2/3$ doble, $x=-2/3$ doble
7. a. $2(x - 1)(3x^2 + 3x + 1)$ raíces: $x=1$. b. $8(x - 1)(x^2 + x + 1)$ raíces: $x=1$.
- c. $(x - 3)(2x - 1)$ raíces: $x=3, x=1/2$. d. $(3x + 1)(2x - 3)$ raíces: $x=-1/3, x=3/2$.
- e. $2(x - 1)(4x^2 + 5x + 2)$ raíces: $x=1$. f. $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$ raíces: $x=-2$.
- g. $(2x - 1)(x + 1)(x - 1)(x - 2)$ raíces: $x=1/2, x=2, x=-1, x=1$. h. $2(3x - 1)(x + 1)$ raíces: $x=-1, x=1/3$.
- i. $(2x - 1)(x + 1)(x - 1)(x + 3)$ raíces: $x=1/2, x=-3, x=-1, x=1$.
- j. $x(4x^2 + 9x - 5)$ raíces: $x=0$.
8. a. $mcm=x^2(x + 3)(x - 3)$ $MCD=x(x - 3)$ b. $mcm=(x + 2)^3$ $MCD=(x + 2)$
- c. $mcm=(x + 1)(x - 1)^2$ $MCD=(x - 1)$ d. $mcm=x(x + 2)(x - 2)^3$ $MCD=1$.
9. a. $\frac{x}{1+x}$ b. $\frac{x^2+x+1}{x+1}$ c. $\frac{x^2+2x+4}{3x+1}$ d. $\frac{x-1}{x+1}$ e. $\frac{3}{x}$ f. $\frac{2x+3}{2x-3}$
- g. $\frac{3x-1}{5}$ h. $\frac{x^2+x}{x^2-4x+3}$ i. $\frac{x-1}{x+1}$
10. a. $\frac{-x^2+x+1}{x-1}$ b. $\frac{2x}{x^2-4}$ c. $\frac{x}{x-2}$ d. $\frac{(x^2-x+1)(x+2)}{(x^2+2x+4)}$ e. $x+2$ f. x^3+1
- g. $\frac{-x^2-5}{x^2-1}$ h. $\frac{-(x+y)}{2x}$