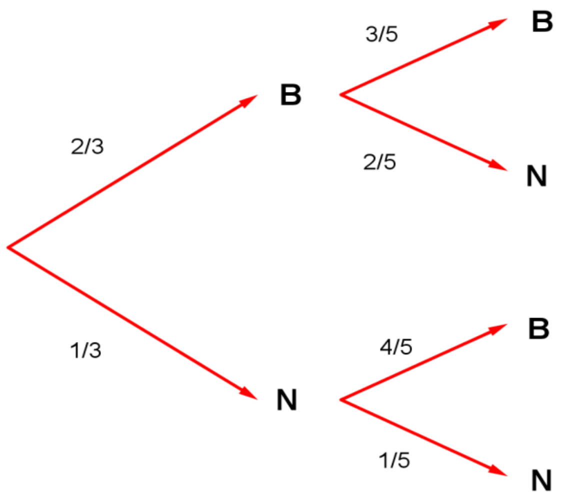
PROBABILIDAD

1. **De una urna con 4 bolas blancas y 2 negras se extraen al azar, sucesivamente y sin devolución, dos bolas.**

a) Haz el diagrama de árbol que representa el experimento.

b) Calcula la probabilidad de que la segunda bola sea negra, condicionada a que la primera ha sido blanca.

a.



Siendo los sucesos: $\begin{cases} B \equiv bola\ bloanca \\ N \equiv bola\ negra \end{cases}$

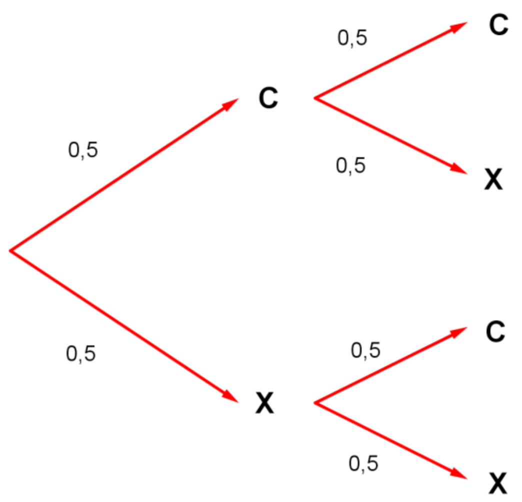
b. $P(N/B) = \dfrac{2}{5} = 0{,}4 \Rightarrow 40\%$

2. **Lanzamos dos monedas de un euro al aire:**

   a) Haz el diagrama de árbol.

   b) Calcula la probabilidad de sacar dos caras.

a.



b.

$P(C \cap C) = P(C) \cdot P(C/C) = 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25 \Rightarrow 25\%$

3. De una baraja española de 40 cartas se extraen dos de ellas con devolución. Determina:

a) La probabilidad de que las dos sean copas.

b) La probabilidad de que la segunda sea de oros, condicionado a que la primera haya sido de copas.

c) La probabilidad de que las dos sean figuras.

d) La probabilidad de que la segunda sea figura, condicionado a que la primera haya sido un as.

a. $P(C \cap C) = P(C) \cdot P(C/C) = 0{,}25 0{,}25 = 0{,}0625 \Rightarrow 6{,}25\%$

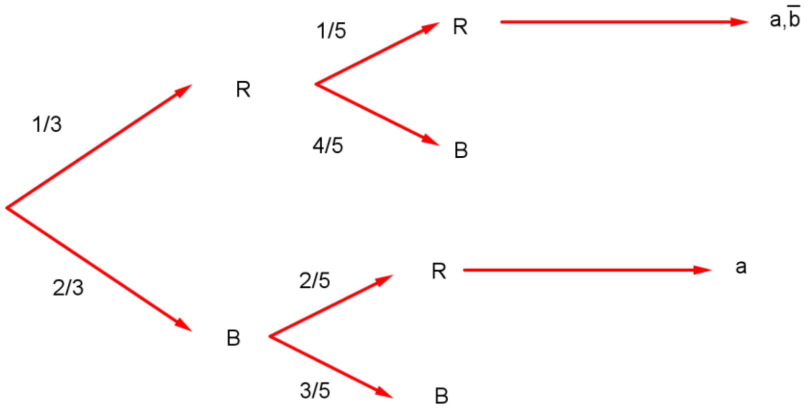
b. $P(O/C) = 0{,}25 \Rightarrow 25\%$

c. $P(F \cap F) = P(F) \cdot P(F/F) = \frac{12}{40}\frac{12}{40} = \frac{9}{100} = 0{,}09 \Rightarrow 9\%$

d. $P(F/A) = \frac{12}{40} = \frac{3}{10} = 0.3 \Rightarrow 30\%$

4. Considérese una urna que contiene 2 bolas rojas y 4 blancas. Si de la urna se sacan dos bolas sin devolución, calcula la probabilidad de que las dos bolas sean del mismo color y que al menos una de las bolas sea blanca.

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los sucesos: $\begin{cases} B \equiv bola\ bloanca \\ R \equiv bola\ roja \end{cases}$

a. Aplicando el teorema de *probabilidad total* tenemos que:

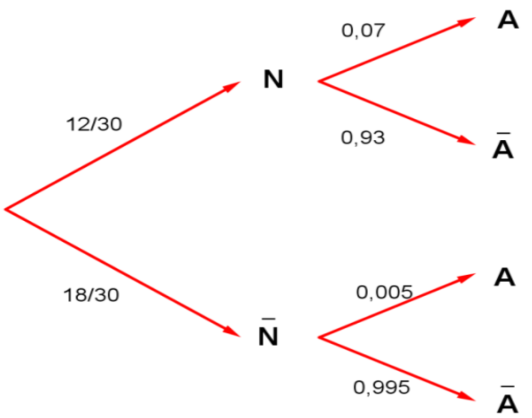
$$p(V) = p(R) \cdot p(R/R) + p(B) \cdot p(B/B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = 0{,}467 \approx 46{,}7\%$$

b. Nos piden el camino señalado con (V(b)) en el gráfico. Así

$$p(Vb) = 1 - P(V\bar{b}) = 1 - \frac{1}{3}\frac{1}{5} = 0{,}9333 \Rightarrow 93{,}33\% .$$

5. Un barco cubre diariamente el servicio entre dos puertos. Se sabe que la probabilidad de accidente en día sin niebla es 0,005, y en día de niebla, 0,07. Un cierto día de un mes en el que hubo 18 días sin niebla y 12 con niebla se produjo un accidente. Calcula la probabilidad de que el accidente haya sido en un día sin niebla.

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



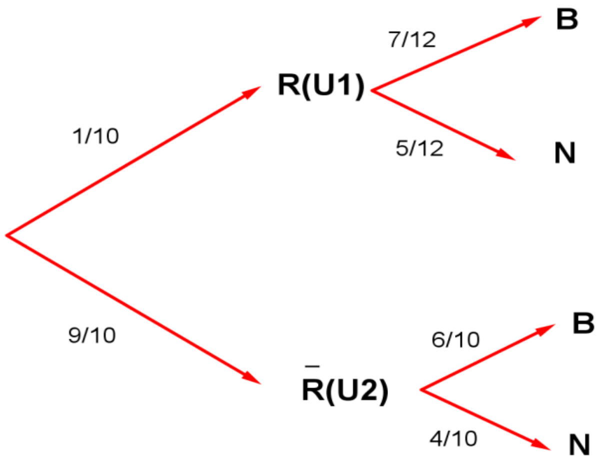
de

Siendo los sucesos: $\begin{cases} N \equiv \textit{Día con niebla} \\ A \equiv \textit{Tener accidente} \end{cases}$

Nos piden una probabilidad a posteriori. Debemos utilizar el teorema de Bayes. Así $P(\overline{N}/A) = \dfrac{p(\overline{N} \cap A)}{p(A)} = \dfrac{\frac{18}{30} \cdot 0{,}005}{\frac{12}{30} 0{,}07 + \frac{18}{30} 0{,}005} = 0{,}097 \Rightarrow 9{,}7\%$.

6. **Se extrae una carta de una baraja española de 40 cartas. Si la carta extraída es un rey, nos dirigimos a la urna I; en caso contrario, a la urna II. A continuación, extraemos una bola. El contenido de la urna I es de 7 bolas blancas y 5 negras y el de la urna II es de 6 bolas blancas y 4 negras. Halla:**
   a) La probabilidad de que la bola extraída sea blanca y de la urna II.
   b) La probabilidad de que la bola extraída sea negra.

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los sucesos: $\begin{cases} B \equiv \textit{bola blanca} \\ N \equiv \textit{bola negra} \\ R \equiv \textit{Sacar un rey} \end{cases}$

a. Aplicando la regla de <u>*probabilidad condicionada*</u> tenemos que:

$$p(B \cap R(U2)) = p(R(U2)) \cdot p(B/R(U2)) = \frac{9}{10} \cdot \frac{6}{10} = 0{,}54 \approx 54\%$$

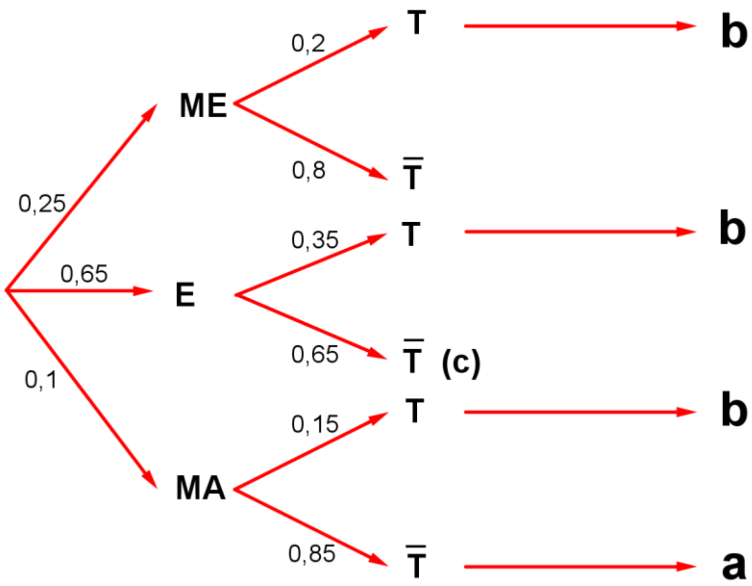
b. Aplicando el teorema de *probabilidad total* tenemos que:

$$p(N)=p(RU1)\cdot p(N/RU1)+p(RU2)\cdot p(N/RU2)=\frac{1}{10}\cdot\frac{5}{12}+\frac{9}{10}\cdot\frac{4}{10}=0{,}4017\approx 40{,}17\%$$

1*. De los 10000 socios de cierto club de fútbol, 2500 son menores de 25 años, 6500 tienen entre 25 y 60 años y el resto son mayores de 60 años. El presidente pregunta a todos los socios si están a favor o en contra de fichar a determinado jugador. Un 20% de los socios menores de 25 años, un 35% de los socios entre 35 y 60 años y un 15% de los socios mayores de 60 años, le responden que están a favor. El resto le manifiesta su opinión contraria a fichar a dicho jugador. Determinar la probabilidad de que seleccionado al azar un socio de dicho club, sea:

a) Mayor de 60 años y de los que se han manifestado en contra de fichar al jugador.
b) De los que se han manifestado a favor de fichar al jugador.
c) De los que se han manifestado en contra de fichar al jugador, sabiendo que tiene 38 años. Justificar las respuestas.

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



$$\text{Siendo los sucesos}\begin{cases} ME\equiv Ser\ menor\ de\ 25\ años\\ E\equiv Tener\ entre\ 25\ y\ 60\ años\\ MA\equiv Ser\ mayor\ de\ 60\ años\\ T\equiv A\ \ favor\ de\ \ fichar\\ \overline{T}\equiv En\ contra\ de\ \ fichar\end{cases}$$

a. Nos piden el camino señalado con (a) en el gráfico. Así, aplicando la expresión de probabilidad condicionada $p(a)=p(MA\cap\overline{T})=0{,}1\cdot 0{,}85=0{,}085\Rightarrow 8{,}5\%$.

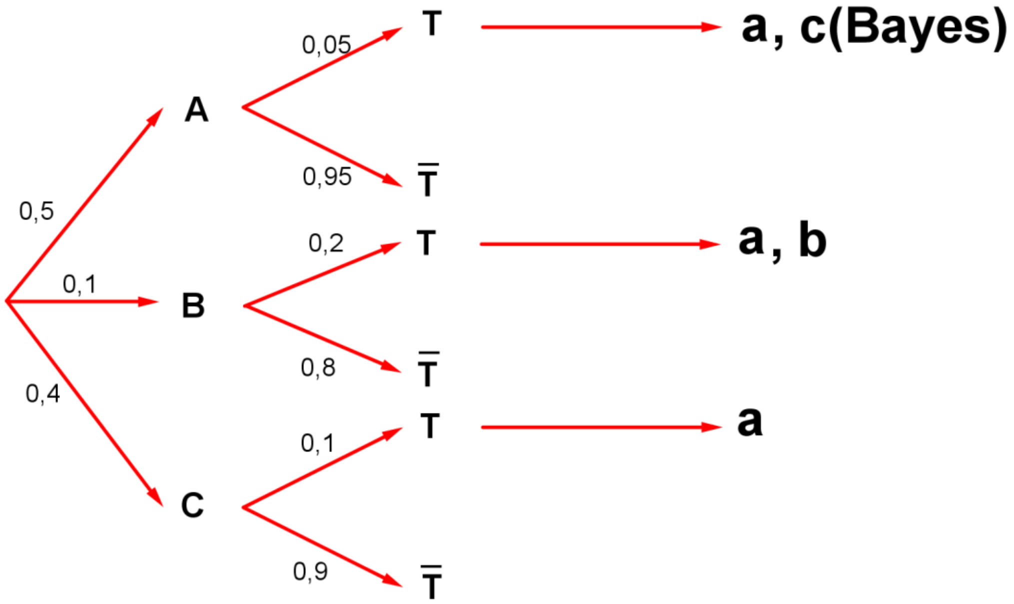
b. Nos piden los caminos señalados con (b) en el gráfico. Así, aplicando el teorema de probabilidad total: $p(b)=p(T)=0{,}25\cdot 0{,}2+0{,}65\cdot 0{,}35+0{,}1\cdot 0{,}15=0{,}2925\Rightarrow 29{,}25\%$.

c. Nos piden el camino señalado con (c) en el gráfico. Así $p(c)=p(\overline{T}/E)=0{,}65 \Rightarrow 65\%$.

2*. Una empresa que fabrica televisores con tecnología LED tiene tres centros de producción de pantallas. En el centro A fabrica el 50% de las pantallas y se sabe que el 5% de ellas son defectuosas. En el centro B se fabrica un 10% de las pantallas y el porcentaje de defectuosas es del 20%. El resto se fabrica en C, donde el porcentaje de defectuosas es del 10%.

a) Determinar la probabilidad de que una pantalla elegida al azar sea defectuosa.
b) Determinar la probabilidad de que una pantalla elegida al azar sea defectuosa y fabricada en el centro B.
c) Si se selecciona una pantalla al azar y se observa que es defectuosa, ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido fabricada en A?
Justificar las respuestas.

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



$$\text{Siendo los sucesos}\begin{cases} A \equiv Ser\ del\ centro\ A \\ B \equiv Ser\ del\ centro\ B \\ C \equiv Ser\ del\ centro\ C \\ T \equiv Ser\ defectuosa \\ \overline{T} \equiv No\ ser\ defectuosa \end{cases}$$

a. Nos piden los caminos señalados con (a) en el gráfico. Así, aplicando el teorema de probabilidad total: $p(a)=p(T)=0{,}5\cdot 0{,}05+0{,}1\cdot 0{,}2+0{,}4\cdot 0{,}1=0{,}085 \Rightarrow 8{,}5\%$.

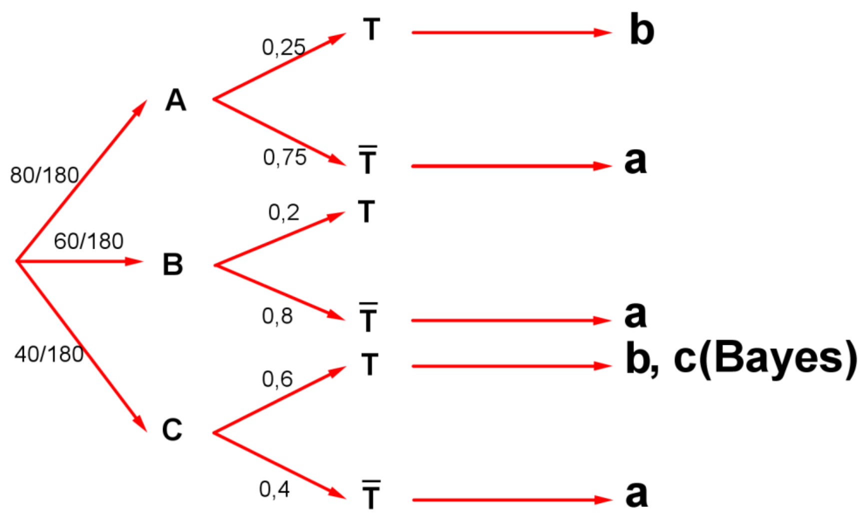
b. Nos piden el camino señalado con (b) en el gráfico. Así, aplicando la expresión de probabilidad condicionada $p(b)=p(B\cap T)=0{,}1\cdot 0{,}2=0{,}02 \Rightarrow 2\%$.

c. Nos piden una probabilidad a posteriori. Debemos utilizar el teorema de Bayes. Así $p(c) = p(A/T) = \dfrac{p(A \cap T)}{p(T)} = \dfrac{0{,}5 \cdot 0{,}05}{0{,}085} = 0{,}294 \Rightarrow 29{,}4\%$.

3*. A 180 estudiantes de 3 Institutos de Enseñanza Secundaria (A, B y C) se les preguntó si consideraban que la existencia de un carril para bicicletas contribuiría a solucionar los problemas de polución que afectaban a su ciudad. Contestaron afirmativamente 20 de los 80 estudiantes del Instituto A, 12 de los 60 estudiantes del Instituto B y un 60% de los estudiantes del Instituto C. Determinar la probabilidad de que seleccionado un estudiante al azar de entre los 180:

a) No haya contestado afirmativamente.
b) Haya contestado afirmativamente y no sea del Instituto B.
c) Sea del Instituto C, sabiendo que ha contestado afirmativamente.
Justificar las respuestas.

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los sucesos $\begin{cases} A \equiv Ser\ del\ centro\ A \\ B \equiv Ser\ del\ centro\ B \\ C \equiv Ser\ del\ centro\ C \\ T \equiv Contestar\ afirmativamente \\ \overline{T} \equiv No\ contestar\ afirmativamente \end{cases}$

a. Nos piden los caminos señalados con (a) en el gráfico. Así, aplicando el teorema de probabilidad total: $p(a) = p(\overline{T}) = \dfrac{80}{180} \cdot 0{,}75 + \dfrac{60}{180} \cdot 0{,}8 + \dfrac{40}{180} \cdot 0{,}4 = 0{,}6888 \Rightarrow 68{,}89\%$.

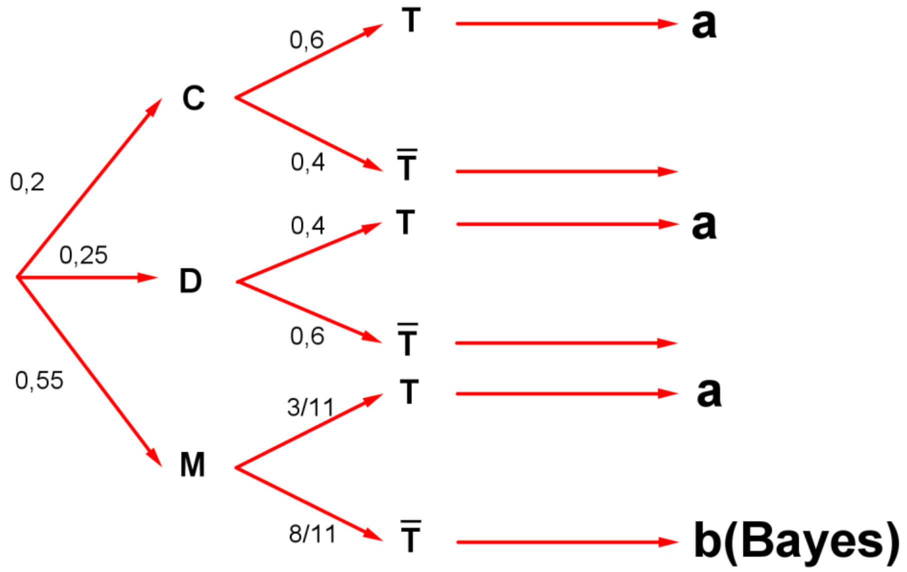
b. Nos piden los caminos señalados con (b) en el gráfico. Así, aplicando el teorema de probabilidad total: $p(b) = \dfrac{80}{180} \cdot 0{,}25 + \dfrac{40}{180} \cdot 0{,}6 = 0{,}244 \Rightarrow 24{,}44\%$

c. Nos piden una probabilidad a posteriori. Debemos utilizar el teorema de Bayes. Así $p(c)=p(C/T)=\dfrac{p(C\cap T)}{p(T)}=\dfrac{\frac{40}{180}\cdot 0{,}6}{1-0{,}6889}=0{,}4286\Rightarrow 42{,}86\%$.

4*. En un centro comercial, las compras son pagadas con tarjetas de crédito, tarjetas de débito o en metálico. Se comprobó que en una semana hubo 400 compras con tarjetas de crédito, 500 con tarjetas de débito y 1100 en metálico. Un 60% de las compras con tarjetas de crédito fueron superiores a 200 euros, mientras que para las compras con tarjeta de débito el porcentaje de compras superiores a 200 euros fue del 40%. Además, 300 de las compras en metálico también fueron superiores a 200 euros. Si se extrae al azar un comprobante de compra,
a) ¿Cuál es la probabilidad de que corresponda a una compra superior a 200 euros?
b) Si la compra es inferior a 200 euros, ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido pagada en metálico?

Justificar las respuestas.

Vamos a representar la situación en un diagrama de árbol:



Siendo los sucesos: $\begin{cases} C \equiv Comprar\ con\ t.\ de\ crédito \\ D \equiv Comprar\ con\ t.\ de\ débito \\ M \equiv Comprar\ en\ metálico \\ T \equiv Compra\ superior\ a\ 200\ € \\ \overline{T} \equiv Compra\ inferior\ a\ 200\ € \end{cases}$

a. Nos piden los caminos señalados con (a) en el gráfico. Así, aplicando el teorema de probabilidad total: $p(a) = p(T) = 0{,}2 \cdot 0{,}6 + 0{,}25 \cdot 0{,}4 + \frac{3}{11} \cdot 0{,}55 = 0{,}37 \Rightarrow 37\%$.

b. Nos piden una probabilidad a posteriori. Debemos utilizar el teorema de Bayes. Así

$$p(b) = p(M/\overline{T}) = \frac{p(M \cap \overline{T})}{p(\overline{T})} = \frac{0{,}55 \cdot \frac{8}{11}}{1-0{,}37} = 0{,}6349 \Rightarrow 63{,}49\%$$

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

13. La probabilidad de que un jugador de baloncesto enceste una canasta de 3 puntos es 0,6. Si tira a la cesta 4 veces, calcula la probabilidad de que enceste 3.

Sea la variable X= nº encestes. Se trata de una binomial de parámetros B(4, 0'6).

Nos piden $P(X=3) = \binom{4}{3} \cdot 0{,}6^3 \cdot 0{,}4^1 = 0{,}3456 \Rightarrow 34{,}56\%$

14. Un 5% de las piezas producidas en un proceso de fabricación resultan defectuosas. Halla la probabilidad de que en una muestra de 20 piezas elegidas al azar haya exactamente dos piezas defectuosas.

Sea la variable X= nº piezas defectuosas. Se trata de una binomial de parámetros B(20, 0'05).

Nos piden $P(X=2) = \binom{20}{2} \cdot 0{,}05^2 \cdot 0{,}95^{18} = 0{,}1887 \Rightarrow 18{,}87\%$

42. Si el 20% de las piezas producidas por una máquina son defectuosas, ¿cuál es la probabilidad de que entre cuatro piezas elegidas al azar, a lo sumo 2 sean defectuosas?

Sea la variable X= nº piezas defectuosas. Se trata de una binomial de parámetros B(4, 0'2).

Nos piden

$$P(X \le 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) = \binom{4}{0} \cdot 0{,}2^0 0{,}8^4 + \binom{4}{1} 0{,}2^1 0{,}8^3 + \binom{4}{2} 0{,}2^2 0{,}8^2 = 0{,}9728 \Rightarrow 97{,}28\%$$

39. Un examen tipo test tiene diez preguntas con cuatro respuestas cada una. Si un alumno responde aleatoriamente, ¿qué probabilidad tiene de contestar bien a más de tres preguntas?

Sea la variable X= nº preguntas acertadas. Se trata de una binomial de parámetros B(10, 0'25).

Nos piden $P(X>3) = 1 - P(X \le 3) = 1 - (P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)) =$

$$=1-(\binom{10}{0}\cdot 0{,}25^0 0{,}75^{10}+\binom{10}{1}0{,}25^1 0{,}75^9+\binom{10}{2}0{,}25^2 0{,}75^8+\binom{10}{3}0{,}25^3 0{,}75^7)=1-0{,}7759=0{,}2241\Rightarrow 22{,}41\%$$

67. Un determinado antibiótico produce efectos secundarios en el 25% de las personas que lo toman. Lo ingieren ocho personas. Calcula la probabilidad de que sufran efectos secundarios:

a) A lo sumo dos personas.

b) Más de dos personas.

a. Sea la variable X= nº personas que sufren efectos secundarios. Se trata de una binomial de parámetros B(8, 0'25).

Nos piden $P(X\leq 2)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=$

$$=\binom{8}{0}\cdot 0{,}25^0 0{,}75^8+\binom{8}{1}0{,}25^1 0{,}75^7+\binom{8}{2}0{,}25^2 0{,}75^6=0{,}6786\Rightarrow 67{,}86\%$$

b. Nos piden $P(X>2)=1-P(X\leq 2)=1-0{,}6786=0{,}3214\Rightarrow 32{,}14\%$

65. Se lanza 12 veces una moneda. Calcula: a) La probabilidad de obtener 5 caras. b) La esperanza matemática de que salga cara. c) La desviación típica.

a. Sea la variable X= nº caras obtenidas. Se trata de una binomial de parámetros

B(12, 0'5). Nos piden $P(X=5)=\binom{12}{5}\cdot 0{,}5^5\cdot 0{,}5^7=0{,}1934\Rightarrow 19{,}34\%$

b. $\mu=np=12\cdot 0{,}5=6$

c. $\sigma=\sqrt{npq}=\sqrt{12\cdot 0{,}5\cdot 0{,}5}=1{,}73$

66. Se lanza un dado 5 veces. Calcula: a) La probabilidad de obtener tres cuatros. b) El número medio de cuatros obtenidos. c) La desviación típica.

a. Sea la variable X= nº cuatros obtenidas. Se trata de una binomial de parámetros

B(5, 1/6). Nos piden $P(X=3)=\binom{5}{3}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^3\left(\frac{5}{6}\right)^2=0{,}0322\Rightarrow 3{,}22\%$

b. $\mu=np=5\cdot\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

c. $\sigma=\sqrt{npq}=\sqrt{5\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}}=0{,}83$

DISTRIBUCIÓN NORMAL

19. Calcula en una N (0, 1) las siguientes probabilidades:

a) P (z ≤ 0,5)　　b) P (z ≤ 1,72)　　c) P (z ≥ 2,4)　　d) P (z ≤ – 3,56)

a) P (z ≤ 0,5)=0,6915

b) P (z ≤ 1,72)=0,9573

c) P (z ≥ 2,4)=1 - P (z < 2.4) =1 – 0,9918=0,0082

d) P (z ≤ – 3,56)= P (z ≥ 3,56)=1 - P (z < 3,56) =1 – 0,9998=0,0002

20. Calcula en una N (0, 1) las siguientes probabilidades:

a) P (1,5 ≤ z ≤ 2)　b) P (– 2,3 ≤ z ≤ 3,7)　c) P (– 3,4 ≤ z ≤ – 1,8)　d) P (– 1,6 ≤ z ≤ 1,6)

a) P (1,5 ≤ z ≤ 2)= P (z ≤ 2) - P (z <1,5)=0,9772 – 0,9332=0,0440

b) P (– 2,3 ≤ z ≤ 3,7) = P (z ≤ 3,7) - P (z < - 2,3)=0,9999 – P (z >2,3)=0,9999 – [1 - P (z < 2,3)] =0,9999+0,9893 – 1=0,9892

c) P (– 3,4 ≤ z ≤ – 1,8)= P (1,8 ≤ z ≤ 3,4)=)= P (z ≤ 3,4) - P (z <1,8)=0,9997 – 0,9641=0,0356

d) P (– 1,6 ≤ z ≤ 1,6)=2 · P (0≤ z ≤ 1,6)=2 · [P (z ≤ 1,6) - P (z <0)]=2 · (0,9452 – 0,5)=0,8904

21. Calcula el valor de k en los siguientes casos: a) P (z ≤ k) = 0,9582　b) P (z ≥ k) = 0,7612

a) P (z ≤ k) = 0,9582 ⇒ k = 1,73

b) P (z ≥ k) = 0,7612 ⇒ k es negativo ⇒ **P (z ≥ k) = P (z ≤ - k) = 0,7612**⇒ - k = 0,71 ⇒

k = - 0,71

22. Calcula en una N (20, 4) las siguientes probabilidades:

a) P (x ≤ 25)　b) P (x ≥ 17)　c) P (23 ≤ x ≤ 27)　d) P (15 ≤ x ≤ 18)

Normalizamos la variable X $\Rightarrow Z = \frac{X-20}{4} \Rightarrow$

a. $P(X \leq 25) = P(Z \leq \frac{25-20}{4}) = P(Z \leq 1{,}25) = 0{,}8944$

b. $P(X \geq 17) = P(Z \geq \frac{17-20}{4}) = P(Z \geq -0{,}75) = P(Z \leq 0{,}75) = 0{,}7734$

c. P (23 ≤ x ≤ 27) =
$P(\frac{23-20}{4} \leq Z \leq \frac{27-20}{4}) = P(0{,}75 \leq Z \leq 1{,}75) = P(Z \leq 1{,}75) - P(Z < 0{,}75) = 0{,}9599 - 0{,}7734 = 0{,}1865$

d. . P (15 ≤ x ≤ 18) =
$P(\frac{15-20}{4} \leq Z \leq \frac{18-20}{4}) = P(-1{,}25 \leq Z \leq -0{,}5) = P(0{,}5 \leq Z \leq 1{,}25) = P(Z \leq 1{,}25) - P(Z < 0{,}5) = 0{,}8944 - 0{,}6915 = 0{,}2029$

23. El peso de los recién nacidos sigue una distribución normal de media 3,5 kg y una desviación típica de 0,6 kg. Calcula la probabilidad de que un recién nacido pese entre 2,7 kg y 4 kg. ¿Qué peso tiene un recién nacido si sabemos que el 23% tiene más peso que él?

Sea la variable X= Peso de los recién nacidos. Se trata de una normal de parámetros

N(3'5, 0'6).

Nos piden $P(2{,}7 \leq X \leq 4) = P(\frac{2{,}7-3{,}5}{0{,}6} \leq Z \leq \frac{4-3{,}5}{0{,}6}) = P(-1{,}33 \leq Z \leq 0{,}83) = P(Z \leq 0{,}83) - P(Z < -1{,}33)$

= P (Z ≤ 0,83) – P (z >1,33) = P (Z ≤ 0,83) - [1 - P (z ≤ 1,33)] =0,7967+0,9082 – 1=0,7049

En la segunda parte nos piden que hallemos un valor k tal que P (X >k)=0,23. Tipificamos:

$P(X > k) = P(Z > \frac{k-3,5}{0,6}) = 0,23 \Rightarrow P(Z \leq \frac{k-3,5}{0,6}) = 0,77$. Buscamos en tabla y tenemos que:

$\Rightarrow \frac{k-3,5}{0,6} = 0,74 \Rightarrow k = 074 \cdot 0,6 + 3,5 = 3,94\ Kgs$.

73. En una normal N (0, 1), calcula el valor de k en los siguientes casos:

a) P (z ≥ k) = 0,9066 b) P (– k ≤ z ≤ k) = 0,8

a. P (z ≥ k) = 0,9066 ⇒ k es negativo ⇒ P (z ≥ k) = P (z ≤ - k) = 0,9066⇒ - k = 1,32 ⇒

k = - 1,32

b. P (– k ≤ z ≤ k) = P (z ≤ k) – P (z ≤ – k) = P (z ≤ k) – P (z ≥ k) = P (z ≤ k) - [1 - P (z ≤ k)]= 2P (z ≤ k) – 1 = 0,8 ⇒ $P(Z \leq k) = \frac{1+0{,}8}{2} = 0{,}9$ ⇒k=1,28

74. En una distribución N (8; 1,5), calcula el valor de k en los siguientes casos:

a) P (x ≥ k) = 0,05 **b) P (– k ≤ x ≤ k) = 0,99**

a. $P(X \geq k) = P(Z \geq \frac{k-8}{1{,}5}) = 0{,}05 \Rightarrow P(Z < \frac{k-8}{1{,}5}) = 0{,}95 \Rightarrow \frac{k-8}{1{,}5} = 1{,}64 \Rightarrow k = 1{,}64 \cdot 1{,}5 + 8 = 10{,}46$

b. ERROR

88. El tiempo que una persona sana invierte en recorrer 10 km está normalmente distribuido con una media de 60 minutos y una desviación típica de 9 minutos.

a) Calcula la probabilidad de que una persona sana invierta menos de 50 minutos.

b) Calcula la probabilidad de que una persona sana invierta menos de 55 minutos o más de 65 minutos.

c) En una fiesta de animación al deporte participan 500 personas sanas. Calcula cuántas de ellas invertirán entre 50 y 60 minutos en hacer el recorrido.

d) ¿Qué tiempo invertirá en recorrer un atleta la prueba si sabemos que el 27% tarda menos que él?

a. Sea la variable X= El tiempo que una persona sana invierte en recorrer 10 km. Se trata de una normal de parámetros N(60, 9).

Nos piden $P(X < 50) = P(Z < \frac{50-60}{9}) = P(Z < -1{,}11) = P(Z > 1{,}11) = 1 - P(Z \leq 1{,}11) = 0{,}1335$

b. Nos piden $P(X < 55) + P(X > 65) =$

$P(Z < \frac{55-60}{9}) + P(Z > \frac{65-60}{9}) = P(Z < -0{,}56) + P(Z > 0{,}56) = 2P(Z > 0{,}56) = 2(1 - P(Z < 0{,}56)) = 0{,}5774$

c. Nos piden P (50 ≤ x ≤ 60) =

$P(\frac{50-60}{9} \leq Z \leq \frac{60-60}{9}) = P(-1{,}11 \leq Z \leq 0) = P(Z \leq 0) - P(Z < -1{,}11) = P(Z \leq 0) - P(z > 1{,}11) =$

P (Z ≤ 0) - [1 - P (Z ≤ 1,11)]=0,3665⇒36,65%

El número de personas que se esperan inviertan entre 50 y 60 minutos en hacer el recorrido

Serán el 36,65% de 500, es decir, 183 personas aproximadamente.

d) Nos piden que hallemos un valor k tal que P (X < k)=0,27. Tipificamos:

$P(X<k)=P(Z<\frac{k-60}{9})=0,27$. $\Rightarrow \frac{k-60}{9}$ es negativo.

$0,27=P(Z<\frac{k-60}{9})=P(Z>\frac{-k+60}{9})=1-P(Z\leq\frac{-k+60}{9})\Rightarrow P(Z\leq\frac{-k+60}{9})=0,73$. Buscamos en tabla y tenemos que:

$\Rightarrow \frac{-k+60}{9}\simeq 0,61 \Rightarrow k=-061\cdot 9+60\simeq 54'31"$.

87. La duración de cierto tipo de batería sigue una distribución normal de media 3 años, con una desviación típica de 0,5 años.

a) ¿Qué porcentaje de baterías se espera que duren entre 2 y 4 años?

b) Si una batería lleva funcionando 3 años, ¿cuál es la probabilidad de que dure menos de 4,5 años?

a. Sea la variable X= El tiempo que dura la batería. Se trata de una normal de parámetros N(3, 0,5).

a. Nos piden $P(2<X<4))=$
$P(Z<\frac{4-3}{0,5})-P(Z<\frac{2-3}{0,5})=P(Z<2)-P(Z<-2)=P(Z<2)-P(Z>2)=P(Z<2)-[1-P(Z<2)]=0,9544$

b. Nos piden P(X<4,5/X**≥ 3)=** $\frac{P(3\leq X<4,5)}{P(X\geq 3)}$

Como $P(3\leq X<4,5)=P(Z<\frac{4,5-3}{0,5})-P(Z<\frac{3-3}{0,5})=P(Z\leq 3)-P(Z<0)=0,9987-0,5=0,4987$ y además P (X **≥ 3**)=1 - P (Z<0)=1 - 0,5 = 0,5. Así P(X<4,5/X**≥ 3)=** $\frac{P(3\leq X<4,5)}{P(X\geq 3)}=\frac{0,4987}{0,5}=0,9974$

1*. La edad de los habitantes de Invernalia se distribuye normalmente, con una media de 40 años y una desviación típica de 10 años.
a) Calcula el porcentaje de habitantes de Invernalia entre 20 años y 50 años. (1 punto)
b) ¿Qué edad tiene el Rey de Invernalia sabiendo que el 60% de los habitantes tiene menos edad que el Rey? (0,5 punto)

Modelo EBAU 2018B

Sea la variable E= Edad de los habitantes de Invernalia. Se trata de una normal de parámetros N(40, 10).

a. Nos piden $P(20 < E < 50))$ =

$$P(\frac{20-40}{10} < Z < \frac{50-40}{10}) = P(Z<1) - P(Z<-2) = P(Z<1) - P(Z>2) = P(Z<1) - [1 - P(Z<2)] = 0,8115 \rightarrow 81,15\%$$

b. Nos piden a= EDAD DEL REY, sabiendo que P(E<a**)=0,6**. Tipificamos y obtenemos que:

$$P(X < a) = P(Z < \frac{a-40}{10}) = 0.6 \Rightarrow \frac{a-40}{10} = 0.25\,(TABLA) \Rightarrow a = 42.5 \;\; años$$