

EJERCICIOS DE BISTRIBUCIONES BINOMIAL Y NORMAL DE PAU CASTILLA Y LEÓN.

1. En el experimento de tirar sucesivamente tres monedas, sea el suceso A, sacar más caras que cruces y el suceso B sacar una o dos cruces. Halla todos los casos que integran el suceso $A \cup B$
SOLUCIÓN: $\{(c,c,c), (c,c,x), (c,x,c), (x,c,c), (x,x,c), (x,c,x), (c,x,x)\}$
2. La probabilidad de que un cazador cace una pieza es $1/3$. Si dispara tres veces, ¿cuál es la probabilidad de cazar al menos una pieza?
SOLUCIÓN: $P(\text{cazar al menos 1 pieza}) = 19/27$.
3. La duración (en años) de un dispositivo electrónico sigue una distribución normal de parámetros $\mu = 10$, $\sigma = 2$. Calcula la probabilidad de que un dispositivo electrónico dure más de 12 años.
SOLUCIÓN: $0'1587$
4. Un estudio de un fabricante de televisores indica que la duración media de un televisor es de 10 años, con una desviación típica de 0'7 años. Suponiendo que la duración media de los televisores sigue una distribución normal,
 - a) Calcula la probabilidad de que un televisor dure más de 9 años.
 - b) Calcula la probabilidad de que dure entre 9 y 11 años.**SOLUCIÓN:** a) $0'924$; b) $0'847$.
5. La probabilidad de que un esquiador debutante se caiga en la pista es 0'4. Si lo intenta 5 veces, calcula la probabilidad de que se caiga al menos 3 veces.
SOLUCIÓN: $0'3174$.
6. Se tira tres veces una moneda. ¿Cuál es la probabilidad de que salgan al menos 2 caras seguidas?
SOLUCIÓN: $P(\text{Al menos dos caras seguidas}) = 3/8$.
7. Una moneda de 1 euro está lastrada de forma que la probabilidad de sacar cara es 0'6. Se lanza la moneda 3 veces. Calcula la probabilidad de que salga al menos una cara y una cruz.
SOLUCIÓN: $P(\text{Al menos una c y una x}) = 0'72$.
8. Para una variable aleatoria X con distribución normal se sabe que la media es 5000 y la $P(X < 3000) = 0,1587$. Determina la desviación típica.
SOLUCIÓN: $\sigma = 2000$.
9. El coeficiente de inteligencia de un grupo de 500 alumnos es una variable aleatoria que se distribuye como una normal de media 100 y desviación típica 16. Determina el número esperado de alumnos que tienen un coeficiente entre 118 y 122.
SOLUCIÓN: ≈ 23 alumnos.
10. Un examen tipo test consiste en 60 preguntas, con dos posibles respuestas: verdadero o falso. Para aprobar es necesario contestar correctamente al menos a 50 preguntas.
 - a) La probabilidad de que Juan conozca la respuesta a cada pregunta es 0'8. Calcula la probabilidad de que apruebe el examen.

b) María conoce la respuesta correcta a 40 preguntas y contesta las 20 restantes al azar. Calcula la probabilidad de que apruebe el examen.

SOLUCIÓN: a) $P = 0'3156$; b) $P = 0'5871$.

11. La duración (en años) de la placa base de los ordenadores sigue una distribución normal de parámetros $\mu = 10$, $\sigma = 2$. Calcula la probabilidad de que una placa base dure más de 12 años

SOLUCIÓN: $P = 0'1587$.

12. Una persona que desea encontrar trabajo se presenta a dos entrevistas en las empresas A y B. En la entrevista de la empresa A obtiene una puntuación de 9, con una media de puntuación de 7 para la totalidad de los candidatos y una varianza de 4. En la entrevista de la empresa B obtiene una puntuación de 8, con una media de puntuación de 6 para la totalidad de los candidatos y una desviación típica de 1,5. ¿En que entrevista ha obtenido esa persona una mejor puntuación relativa?

SOLUCIÓN: $P(A \leq 9) = 0'8459$, mientras que $P(B \leq 8) = 0'9082$, por tanto en la B.

13. Los salarios mensuales de una empresa siguen una distribución normal de media 7.000 € y desviación típica 2.000 €.

a) ¿Qué porcentaje de trabajadores ganan entre 6.000 y 9.000 €?

b) Sabiendo que un 10% de las personas ganan más que el trabajador X ¿Cuánto gana el trabajador X?

SOLUCIÓN: a) 53'28%; b) gana 9564 €.

14. La probabilidad de que un cazador novato cobre una pieza es 0,4. Si lo intenta 5 veces, calcula la probabilidad de que cobre una pieza al menos 3 veces.

SOLUCIÓN: $P = 0'3174$.

15. Una variable aleatoria X sigue una distribución normal de media 4 y varianza 9:

a) Calcula $P(3'4 \leq X \leq 4'6)$.

b) Encuentra un valor a tal que $P(4 - 6a \leq X \leq 4 + 6a) = 0'75$.

SOLUCIÓN: a) $P = 0'1586$; b) $a = 0'5775$.

16. Un examen consta de 6 preguntas con 4 posibles respuestas cada una, de las que sólo una de ellas es correcta. Un estudiante que no se había preparado la materia responde completamente al azar marcando una respuesta aleatoriamente. Calcula la probabilidad de que acierte 4 o más preguntas.

SOLUCIÓN: $P = 0'03764$.

17. Una máquina de envasado automático de refrescos vierte en cada lata una cantidad de refresco que puede suponerse que sigue una distribución normal de media $\mu = 32'5$ cL y desviación típica $\sigma = 0'5$ cL. El llenado de la lata se considera "incorrecto" si la cantidad de refresco vertido es inferior a 31'5 cL ó superior a 34 cL.

a) ¿Cuál es el porcentaje de llenados incorrectos para esta máquina?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que en el llenado de 3 latas con esa máquina todos los llenados sean correctos?

SOLUCIÓN: a) 2'43 %; b) 0'929.

18. Los salarios de los trabajadores de un país puede suponerse que siguen una distribución normal de media 2000 euros y desviación típica desconocida. Si la probabilidad de ganar más de 2100 euros es de 0'33:

- a) ¿Cuál es la desviación típica?
- b) Los salarios en euros de los trabajadores en un segundo país también puede suponerse que siguen una distribución normal con la misma media y con varianza de 40.000 euros². ¿Es más fácil ganar más de 2100 euros en este segundo país que en el país del apartado anterior?

SOLUCIÓN: a) $\sigma \approx 227'27$; b) $P(Y > 2100) = 0'3085$. Siendo Y el salario de los trabajadores del 2º país. Por tanto no es más fácil ganar 2100 € en el 2º país.

19. Se lanzan dos dados A y B con las caras numeradas del 1 al 6. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de los puntos sea múltiplo de 4?

SOLUCIÓN: $P = 0'25$.

20. El tiempo en minutos transcurridos hasta que una persona es atendida en la sucursal A de un banco sigue una distribución normal de media $\mu = 9$ y desviación típica $\sigma = 1$, mientras que el tiempo transcurrido hasta que es atendido en la sucursal B sigue, también, una distribución normal de media $\mu = 8'5$ y varianza $\sigma^2 = 4$.

- a) Si un cliente tiene que hacer una gestión bancaria y sólo dispone de 10 minutos. ¿En qué sucursal A o B será más fácil que le hayan atendido en el tiempo que dispone?
- b) ¿Cuánto tiene que valer x si sabemos que el 80% de los clientes que van a la sucursal B esperan más de x minutos?
- c) Un cliente, teniendo en cuenta la proximidad de estas dos sucursales a su casa, elige ir a la sucursal A con probabilidad 0'3 y a la sucursal B con probabilidad 0'7. Eligiendo una de las visitas al banco de este cliente al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el cliente haya tenido que esperar más de 10 minutos?

SOLUCIÓN: a) Sucursal A; b) 7 minutos; c) $P = 0'20623$.

21. Un mensaje es transmitido con errores con probabilidad 0'1. Emitimos de forma independiente 10 mensajes. Calcula la probabilidad de que al menos alguno de los 10 mensajes haya sido transmitido con errores.

SOLUCIÓN: $P = 0'6513$.

22. El coeficiente intelectual de los individuos presentes en una sala puede suponerse que sigue una distribución normal de media μ y varianza igual a 81.

- a) ¿Cuánto vale μ si sabemos que sólo un 10% de la personas en la sala sobrepasa un coeficiente intelectual de 105? En los dos siguientes apartados supondremos que $\mu = 95$
- b) Elegida una persona al azar de la sala, ¿Cuál es la probabilidad de que su coeficiente intelectual esté entre 86 y 107?
- c) Elegimos 9 personas al azar de la sala y calculamos la media de sus coeficientes intelectuales, ¿cuál es la probabilidad de que esa media esté entre 86 y 107?

SOLUCIÓN: a) $\mu = 93'48$; b) $p = 0'7495$; c) $p = 0'9987$.

23. Un cartero reparte al azar 3 cartas entre 3 destinatarios. Calcula la probabilidad de que al menos una de las 3 cartas llegue a su destino correcto.

SOLUCIÓN: $P = 2/3$.

24. Un jugador de tenis pone en juego un 85 % de los saques que realiza. En un juego realizó 10 saques, ¿cuál es la probabilidad de que haya puesto en juego 7 o más de los 10 saques realizados?

SOLUCIÓN: $P = 0'95$.

25. En el juego del tiro al plato Antonio acierta el plato el 55% de las veces que dispara. En cambio María falla en el 40% de las tiradas. Si disparan los dos a la vez, ¿cuál es la probabilidad de que ambos acierten?

SOLUCIÓN: $P(A \cap B) = 0'33$.

26. La temperatura del cuerpo humano sigue una distribución normal de media 37°C y desviación típica de $0'5^\circ\text{C}$.

a) Halla la probabilidad de que la temperatura de una persona esté comprendida entre $36'5^\circ\text{C}$ y $37'5^\circ\text{C}$.

b) Si elegimos una muestra de 25 personas, ¿cuál es la probabilidad de que la media de sus temperaturas sea mayor que $36'7^\circ\text{C}$?

SOLUCIÓN: $P(36'5 \leq X \leq 37'5) = 0'6826$; $P(X \geq 36'7) = 0'9987$.

27. El 5% de los clientes de una entidad bancaria son morosos. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar al menos un moroso entre 10 clientes elegidos al azar?

SOLUCIÓN: $P(X \geq 1) = 0'4013$.

28. El diámetro de las cabezas de unos tornillos sigue una distribución normal de media $\mu = 5.5$ mm y varianza $\sigma^2 = 0.64$ mm². Sabiendo que los tornillos son aprovechables si su diámetro está entre 4.3 y 7.1 mm, ¿cuál es el porcentaje de tornillos aprovechables?

SOLUCIÓN: $P(4'3 \leq X \leq 7'1) = 0'9104$.

29. El 10 % de los huevos de un supermercado están rotos. Halla la probabilidad de que un cliente que compra media docena de huevos encuentre como mucho un huevo roto.

SOLUCIÓN: $P(X \leq 1) = 0'8857$.

30. En cierto instituto aprueba la asignatura de filosofía el 80 % de los alumnos. ¿Cuál es la probabilidad de que de un grupo de 8 alumnos elegidos al azar hayan aprobado 6?

SOLUCIÓN: $P(X = 6) = 0'2936$.

31. La probabilidad de romper una galleta al ser envasada es del 1 %. Si en un envase hay 10 galletas, ¿cuál es la probabilidad de que al menos una galleta esté rota debido a la operación de envasado?

SOLUCIÓN: $P(X \geq 1) = 0'0956$.

32. Una universidad pública recibe 800 solicitudes de acceso para uno de los grados en los que la oferta de plazas se reduce a 120. Sabiendo que la nota final, de un solicitante, después de las pruebas de acceso sigue una distribución normal de media $7'3$ y desviación típica $0'7$, calcula la nota mínima para obtener una de las plazas ofertadas.

SOLUCIÓN: Nota mínima de $8'028$.