Ejercicios y problemas

Ángulos

1 Dada una circunferencia de 3 m de radio, calcula la longitud de una cuerda correspondiente a un ángulo central de 38,5°.

Solución: $l \cong 1{,}98$ m

2 En una trayectoria circular de 7 m de radio, un móvil se desplaza a 3 m/s. Calcula el ángulo central recorrido en 4 s y escribe el resultado en grados sexagesimales y en radianes.

Solución: $\frac{12}{7}$ rad $\cong 98{,}221°$

3 Expresa los siguientes ángulos en radianes:

a) 320° ***b)*** 1 273° ***c)*** 125° ***d)*** −765°

Solución: ***a)*** 5,585 rad aprox. ***b)*** 22,218 rad aprox. ***c)*** 2,182 rad aprox. ***d)*** −13,352 rad aprox.

4 Reduce al primer giro:

a) 1230° ***b)*** −730° ***c)*** 9,63 rad ***d)*** $\frac{14\pi}{3}$ rad

Solución: ***a)*** 150° ***b)*** −10° o 350° ***c)*** 3,35 rad aprox. ***d)*** $2\pi/3$ rad

5 ¿Qué ángulo forman las agujas del reloj a las 9 y 20? ¿Y a las 9 y 15? ¿Y a las 6 y media?

Solución: A las 9.20 son 200°, a las 9.15 son 172,5° y a las 6.30 son 345°

6 En una circunferencia de radio 10 cm, un arco mide 20 cm. Averiguar el valor del ángulo central correspondiente y qué longitud tiene la cuerda que determina.

Solución: $\alpha \cong 114°35'29{,}6''$, $c \cong 16{,}83$ cm

Razones trigonométricas

7 Resuelve un triángulo rectángulo, sabiendo que la tangente de uno de sus ángulos agudos es 3,5 y que el cateto opuesto a este ángulo mide 2 cm.

Solución: cateto $\cong 0{,}57$ cm, hipotenusa $\cong 2{,}08$ cm

8 ¿Es posible que exista un ángulo, α, que verifique simultáneamente $\text{sen}\ \alpha = \frac{3}{5}$ y $\cos \alpha = \frac{2}{5}$? ¿Por qué?

9 Si $\text{cotg}\ \alpha = \text{cotg}\ \beta$, ¿podemos asegurar que α y β son iguales? Razona tu respuesta.

10 Dibuja un ángulo del segundo cuadrante cuyo coseno vale −3/5, utilizando una circunferencia de radio unidad.

11 Dibuja los ángulos cuyo seno vale $-\frac{1}{4}$ utilizando una circunferencia de radio unidad.

12 Utiliza una circunferencia de radio unidad para dibujar los ángulos cuya tangente es 2.

13 Si $\cos \alpha = -1{,}11$, indica cuál de las siguientes afirmaciones es cierta y razona tu respuesta:

a) α es un ángulo negativo.

b) α está en el tercer cuadrante.

c) α es un ángulo mayor que 2π.

d) Es imposible que el coseno de un ángulo sea −1,11.

14 Señala en qué cuadrante está el ángulo α si:

a) $\text{sen}\ \alpha > 0$ y $\cos \alpha < 0$

b) $\text{sen}\ \alpha < 0$ y $\text{tg}\ \alpha > 0$

c) $\sec \alpha < 0$ y $\text{cosec}\ \alpha < 0$

d) $\text{cotg}\ \alpha < 0$ y $\cos \alpha > 0$

15 Sean α y β dos ángulos cualesquiera teniendo en cuenta que:

$$\text{tg}\ \alpha > \text{tg}\ \beta;\ 270° < \alpha < 360°;\ 270° < \beta < 360°$$

indica si las siguientes afirmaciones son ciertas o no:

a) $\alpha < \beta$

b) $\text{sen}\ \alpha < \text{sen}\ \beta$

c) $\beta < \alpha$

d) $\text{sen}\ \beta < \text{sen}\ \alpha$

16 Si $\text{tg}\ \alpha = -4$ y $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, calcula las demás razones trigonométricas.

Solución: $\text{sen}\ \alpha \cong 0{,}97$, $\cos \alpha \cong -0{,}24$, $\text{cosec}\ \alpha \cong 1{,}03$, $\sec \alpha \cong -4{,}17$, $\text{cotg}\ \alpha \cong -0{,}25$

17 Si $\text{sen}\ \alpha = -0{,}3$ y $180° < \alpha < 270°$, calcula las otras razones trigonométricas.

Solución: $\cos \alpha \cong -0{,}95$, $\text{tg}\ \alpha \cong 0{,}31$, $\text{cosec}\ \alpha \cong -3{,}33$, $\sec \alpha \cong -1{,}05$, $\text{cotg}\ \alpha \cong 3{,}22$

18 Si $\cos \alpha = 0{,}65$ y $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, calcula las restantes razones trigonométricas.

Solución: $\text{sen}\ \alpha \cong -0{,}76$, $\text{tg}\ \alpha \cong -1{,}17$, $\text{cosec}\ \alpha \cong -1{,}32$, $\sec \alpha \cong 1{,}54$, $\text{cotg}\ \alpha \cong -0{,}86$

19 De un ángulo α sabemos que:

$$\text{tg}\ \alpha = -\frac{1}{2};\ \text{sen}\ \alpha < \cos \alpha$$

¿En qué cuadrante se encuentra dicho ángulo?

20 Señala si las siguientes igualdades son ciertas o no. En este último caso, escribe la igualdad correcta:

a) $\text{sen}\ \alpha = \text{sen}\ (180° + \alpha)$

b) $\cos \alpha = \text{sen}\ (90° + \alpha)$

c) $\sec \alpha = \sec (2\pi - \alpha)$

d) $\text{tg}\ \alpha = \text{cotg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$

e) $\text{cosec}\ \alpha = -\text{cosec}\ (\pi - \alpha)$

f) $\text{cotg}\ \alpha = \text{cotg}\ (360° - \alpha)$

21 A partir de las razones trigonométricas de 0°, 30° y 45° calcula:

a) sen 135°

b) cos 720°

c) cos 210°

d) tg 300°

e) cos 450°

f) tg 135°

g) tg 210°

Ejercicios y problemas

22 Sin usar la calculadora, halla todos los valores de α en el primer giro que verifican las siguientes igualdades:

a) $\text{sen}\,\alpha = -\dfrac{1}{2}$ ***d)*** $\text{tg}\,\alpha = \sqrt{3}$

b) $\sec\alpha = -\sqrt{2}$ ***e)*** $\text{cosec}\,\alpha = -\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

c) $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ ***f)*** $\text{cosec}\,\alpha = -2$

23 Averigua sin utilizar la calculadora:

a) $\text{sen}\ 1\,500°$ ***c)*** $\cos 2\,745°$ ***e)*** $\text{tg}\ 2\,010°$

b) $\text{sen}\left(\dfrac{61\pi}{3}\right)$ ***d)*** $\cos\left(\dfrac{37\pi}{6}\right)$ ***f)*** $\text{tg}\left(-\dfrac{7\pi}{3}\right)$

Solución: ***a)*** $\sqrt{3}/2$ ***b)*** $\sqrt{3}/2$ ***c)*** $-\sqrt{2}/2$ ***d)*** $\sqrt{3}/2$ ***e)*** $\sqrt{3}/3$ ***f)*** $-\sqrt{3}$

24 Sabiendo que $\text{sen}\,\alpha = \dfrac{3}{4}$ y que α es un ángulo del primer cuadrante, calcula:

a) $\text{sen}\,(180° - \alpha)$ ***d)*** $\text{sen}\,(180° + \alpha)$ ***g)*** $\text{cosec}\,\alpha$

b) $\text{cosec}\,(-\alpha)$ ***e)*** $\cos\,(360° - \alpha)$ ***h)*** $\cos\left(\dfrac{3\pi}{2} - \alpha\right)$

c) $\text{tg}\left(\dfrac{3\pi}{2} + \alpha\right)$ ***f)*** $\sec\,(180° - \alpha)$ ***i)*** $\text{cotg}\,(-\alpha)$

Solución: ***a)*** $3/4$ ***b)*** $-4/3$ ***c)*** $-\sqrt{7}/3$ ***d)*** $-3/4$ ***e)*** $\sqrt{7}/4$ ***f)*** $-4/\sqrt{7}$ ***g)*** $4/3$ ***h)*** $-3/4$ ***i)*** $-\sqrt{7}/3$

25 Halla estas razones trigonométricas sin calculadora:

a) $\text{sen}\ 150°$ ***f)*** $\cos 225°$ ***k)*** $\text{tg}\,(-45°)$

b) $\text{cosec}\ 120°$ ***g)*** $\text{cotg}\ 240°$ ***l)*** $\sec 135°$

c) $\text{sen}\ 315°$ ***h)*** $\sec\,(-120°)$ ***m)*** $\text{sen}\ 1\,395°$

d) $\text{cosec}\left(\dfrac{7\pi}{6}\right)$ ***i)*** $\text{sen}\left(\dfrac{13\pi}{3}\right)$ ***n)*** $\text{tg}\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)$

e) $\text{tg}\,(-495°)$ ***j)*** $\text{cotg}\left(\dfrac{13\pi}{2}\right)$ ***ñ)*** $\text{cosec}\ 720°$

26 Calcula las siguientes razones trigonométricas:

a) $\text{tg}\,(7\pi - \alpha)$, si $\text{tg}\,\alpha = 2$

b) $\text{tg}\left(\dfrac{7\pi}{2} + \alpha\right)$, si $\text{tg}\,\alpha = \dfrac{3}{2}$

Solución: ***a)*** -2 ***b)*** $-2/3$

27 Calcula los ángulos del primer giro que cumplen:

a) $\cos\alpha = 0{,}989$

b) $\text{tg}\,\alpha = 2{,}5$

Solución: ***a)*** 8° 30′ 22,13″ y 351° 29′ 37,8″ ***b)*** 68° 11′ 54,93″ y 248° 11′ 54,93″

28 Utilizando la calculadora, averigua el valor que tiene el ángulo α.

a) $\sin\alpha = -0{,}15,\ \alpha < 3\pi/2$

b) $\cos\alpha = -0{,}92,\ \alpha > \pi$

c) $\text{tg}\,\alpha = 2{,}35,\ \alpha > \pi$

d) $\text{cotg}\,\alpha = 0{,}36,\ \alpha < \pi/2$

Solución: ***a)*** 188° 37′ 37″ ***b)*** 203° 4′ 26″ ***c)*** 246° 56′ 55,3″ ***d)*** 70° 12′ 4″

Expresiones trigonométricas

29 Simplifica las siguientes expresiones trigonométricas:

a) $\dfrac{\cos\,(\pi + \alpha) - \text{sen}\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\text{sen}\left(\dfrac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \cos\,(\pi - \alpha)}$

b) $\dfrac{\cos^2\alpha}{1 + \text{sen}\,\alpha}$

c) $(2 - \text{cosec}^2\,\alpha) : \dfrac{\text{sen}^4\alpha - \cos^4\alpha}{\text{sen}^2\alpha}$

d) $\dfrac{\text{sen}\left(\dfrac{\pi}{4}\right) + \text{tg}\left(\dfrac{\pi}{6}\right)}{\text{sen}\left(\dfrac{\pi}{3}\right) - \cos\left(\dfrac{3\pi}{2}\right)}$

e) $\text{sen}^4\,\alpha + \text{sen}^2\,\alpha \cdot \cos^2\,\alpha$

f) $\dfrac{\cos^3\alpha + \cos\alpha \cdot \text{sen}^2\,\alpha}{\text{sen}^3\,\alpha + \cos^2\alpha \cdot \text{sen}\,\alpha}$

g) $\dfrac{-\text{sen}\,\alpha - \cos^2\alpha + 1}{\text{sen}\,\alpha} \cdot (1 + \text{sen}\,\alpha)$

Solución: ***a)*** 1 ***b)*** $1 - \text{sen}\,\alpha$ ***c)*** 1 ***d)*** $2(\sqrt{3} + \sqrt{2})/(3\sqrt{2})$ ***e)*** $\text{sen}^2\,\alpha$ ***f)*** $\text{cotg}\,\alpha$ ***g)*** $-\cos^2\alpha$

30 Demuestra, de forma razonada, las siguientes igualdades:

a) $\dfrac{\sec^2\alpha}{\text{cotg}\,\alpha}(1 - \text{sen}^2\,\alpha) \cdot \text{cosec}^2\,\alpha = \dfrac{\text{cosec}\,\alpha}{\cos\alpha}$

b) $(1 - \text{sen}^2\,\alpha) \cdot \dfrac{1}{\cos\alpha} \cdot \dfrac{1 + \cos^2\alpha}{2 - \text{sen}^2\,\alpha} \cdot \text{tg}\,\alpha = \text{sen}\,\alpha$

c) $\text{cotg}^2\,\alpha \cdot \cos^2\alpha - \text{cotg}^2\,\alpha = -\cos^2\alpha$

d) $\dfrac{\cos^4\alpha - \text{sen}^4\,\alpha}{\text{sen}\,\alpha \cdot \cos\alpha} = \dfrac{1 - \text{tg}^2\,\alpha}{\text{tg}\,\alpha}$

e) $(1 + \text{tg}\,\alpha) \cdot (1 + \text{cotg}\,\alpha) = \dfrac{(\text{sen}\,\alpha + \cos\alpha)^2}{\text{sen}\,\alpha \cdot \cos\alpha}$

Triángulos rectángulos

31 Resuelve cada uno de los triángulos rectángulos de la figura.

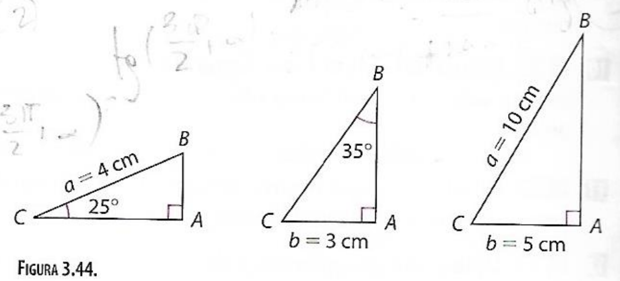


FIGURA 3.44.

Solución: ***a)*** $B = 65°$, $b \cong 3{,}63$ cm, $c \cong 1{,}69$ cm ***b)*** $C = 55°$, $c \cong 4{,}28$ cm, $a \cong 5{,}23$ cm ***c)*** $B = 30°$, $C = 60°$, $c \cong 8{,}66$ cm

32 Calcula el ángulo de elevación del Sol sobre el horizonte, sabiendo que una estatua proyecta una sombra que mide tres veces su altura.

Solución: $\alpha \cong 18°\ 26'\ 6''$

33 En un triángulo *ABC*, rectángulo en *A*, conocemos la altura correspondiente al vértice *A*, que es 7 cm, y el cateto *b* que es de 9 cm. Calcula el valor de los ángulos *B* y *C*, del cateto *c*, y de la hipotenusa, *a*.

Solución: $B \cong 38° \, 56' 32{,}79''$, $C \cong 51° \, 3' 27{,}21''$, $a \cong 14{,}32$ cm, $c \cong 11{,}14$ cm

34 En un triángulo rectángulo, conocemos la altura correspondiente relativa a la hipotenusa, que es 3 cm, y la hipotenusa, $a = 10$ cm. Calcula el valor de los ángulos agudos, y la medida de los catetos.

Solución: $B \cong 18° \, 26' 5{,}82''$, $C \cong 71° \, 33' 54{,}18''$, $c \cong 9{,}49$ cm y $b \cong 3{,}16$ cm

35 Conociendo la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo, 16 cm, y que la proyección ortogonal de uno de los catetos sobre ella es de 9 cm, calcula el área del triángulo.

Solución: $A \cong 63{,}50$ cm^2

36 En un triangulo rectángulo, un cateto, *b*, mide 5 cm y su proyección sobre la hipotenusa 4 cm. Calcula la longitud de la hipotenusa y del otro cateto.

Solución: $a = 6{,}25$ cm, $c = 3{,}75$ cm

37 Construye un triángulo rectángulo cuyos catetos midan $b = 5$ cm y $c = 12$ cm. Calcula la longitud de la hipotenusa, las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa, la altura correspondiente a la hipotenusa y los ángulos agudos de dicho triángulo.

Solución: $a = 13$ cm, $B \cong 22° \, 37' 11{,}51''$, $C \cong 67° \, 22' 48{,}49''$, $h \cong 4{,}615$ cm, $\text{proy}_b \cong 1{,}923$ cm y $\text{proy}_c \cong 11{,}077$ cm

38 En un triángulo rectángulo, la altura sobre la hipotenusa la divide en dos segmentos de 4,3 y 7,8 cm, respectivamente. Calcula:

a) Los ángulos agudos del triángulo.

b) La longitud de los catetos.

c) Su área.

Solución: ***a)*** $53° \, 24' 24{,}18'$ y $36° \, 35' 35{,}82''$ aprox. ***b)*** 9,715 cm y 7,213 cm aprox. ***c)*** $A \cong 35{,}04$ cm^2

39 Uno de los ángulos de un triángulo rectángulo mide $B = 27° \, 45' \, 12''$ y su cateto opuesto, $b = 4$ cm. ¿Cuánto miden los otros lados y ángulos del triángulo?

Solución: $a \cong 8{,}59$ cm, $c \cong 7{,}60$ cm, $C \cong 62° \, 14' 48''$

40 Calcula el perímetro del triángulo rectángulo *ABC*, sabiendo que la longitud del segmento *CP* es $2\sqrt{3}$ cm.

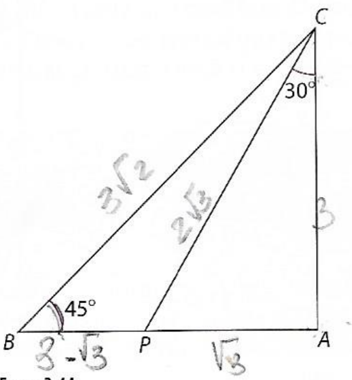


FIGURA 3.44.

3

Solución: 10,24 cm aprox.

Problemas de aplicación

41 Una circunferencia mide 48,56 cm y las dos tangentes trazadas desde un punto exterior forman un ángulo de 25°. Calcula la distancia del centro de la circunferencia a dicho punto.

Solución: $d \cong 35{,}71$ cm

42 Los radios de dos circunferencias tangentes exteriormente son de 15 cm y 8 cm, respectivamente. Calcula el ángulo que forman sus tangentes comunes.

Solución: $35° \, 26' 16{,}31''$ aprox.

43 Bajo un ángulo de 90°, un barco divisa dos plataformas petrolíferas. Se sabe que la distancia a una de las plataformas es de 6,8 km, y que la distancia a la línea imaginaria que las une es de 6 km. Calcula la distancia que hay entre las plataformas y la distancia del barco a la segunda plataforma.

Solución: Aproximadamente 14,45 km y 12,75 km, respectivamente.

44 Calcula los ángulos de un rombo sabiendo que la longitud de sus lados es de 5 cm y que sus diagonales miden 6 cm y 8 cm.

Solución: $106° \, 15' \, 36''$ y $73° \, 44' \, 24''$ aprox.

45 Desde un helicóptero que vuela a 300 m de altura se observa un pueblo, bajo un ángulo de depresión de 25°. Calcula la distancia del helicóptero al pueblo medida sobre la horizontal.

Solución: 643,35 m aprox.

46 El ángulo desigual de un triángulo isósceles mide $32° \, 24' \, 36''$. El lado desigual mide 7 cm. Calcula el área del triángulo.

Solución: $A \cong 42{,}15$ cm^2

47 El ángulo desigual de un triángulo isósceles es de 25°. Los lados iguales miden 7 cm cada uno. Calcula el área del triángulo.

Solución: $A \cong 10{,}35$ cm^2

48 El área de un triángulo rectángulo es 30 cm^2, y su hipotenusa mide 13 cm. Averigua el valor de los ángulos agudos de dicho triángulo.

Solución: $67° \, 22' 48{,}49''$ y $22° \, 37' 11{,}51''$ aprox.

49 Un grupo de bomberos intenta llegar con una escalera de 5 m de longitud a una ventana de un edificio que está situada a 4 m del suelo, de donde sale una densa nube de humo. ¿A qué distancia de la pared del edificio habrán de colocar los bomberos el pie de la escalera para poder entrar por la ventana?

Solución: 3 m

50 Situados en un punto de un terreno horizontal, el ángulo que forma la visual dirigida al punto más alto de un árbol con la horizontal, es de 60°. ¿Cuál será el ángulo que se formará si nos alejamos a una distancia del árbol el triple de la inicial?

Solución: $\alpha = 30°$

51 Desde el suelo, vemos la terraza de un rascacielos bajo un ángulo de 40°. ¿Con qué ángulo la veríamos desde una distancia que fuera la mitad de la anterior?

Solución: $\alpha \cong 59° \, 12' 36{,}96''$

52 La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide el triple que uno de los catetos. Averigua el valor de los ángulos de este triángulo y la relación entre la hipotenusa y el otro cateto.

Solución: 70° 31′ 43,61″ y 19°28′16,39″ aprox.

53 El radio terrestre, *R*, mide alrededor de 6 370 km. ¿Cuál es la longitud aproximada del paralelo que pasa por Sevilla? (Latitud de Sevilla: 37° 20′)

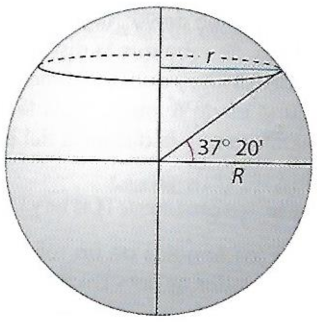


FIGURA 3.46.

Solución: 31 823,83 km aprox.

54 Calcula los ángulos que determina la diagonal de una caja de zapatos de 35 x 20 x 15 cm con cada una de las caras.

Solución: Con la cara de 35 × 20, 20° 24′37,6″. Con la cara de 35 × 15, 27° 42′34,6″. Con la cara de 15 × 20, 54° 27′44,36″

55 Un rectángulo de 3 cm × 4 cm está inscrito en una circunferencia. Calcula cuánto miden los arcos que determina en ella.

Solución: 4,64 cm y 3,22 cm aprox.

56 Halla el área de un octógono regular inscrito en una circunferencia de 5 m de radio.

Solución: $A \cong 70{,}708\ m^2$

57 Un pentágono regular está inscrito en una circunferencia de radio 10 cm. Calcula:

a) El área del pentágono.

b) El área de la corona circular que forman dicha circunferencia y la circunferencia inscrita en el pentágono.

Solución: ***a)*** $A \cong 237{,}44\ cm^2$ ***b)*** $A \cong 108{,}54\ cm^2$

58 Calcula el radio de la circunferencia inscrita y circunscrita a un decágono regular de 25 cm de lado.

Solución: $r_i \cong 38{,}47$ cm y $r_c \cong 40{,}45$ cm

59 Un club náutico dispone de una rampa para efectuar saltos de esquí acuático. Esta rampa tiene una longitud de 8 m y su punto más elevado se encuentra a 2 m sobre el nivel del agua. Si se pretende que los esquiadores salgan desde un punto situado a 2,5 m de altura, ¿cuántos metros hay que alargar la rampa sin variar el ángulo de inclinación?

Solución: 2 m

60 Un trapecio regular tiene una altura de 4 cm y sus bases miden 8 cm y 14 cm, respectivamente. Calcula su perímetro, su área y el valor de sus ángulos.

Solución: $P = 32$ cm, $A = 44\ cm^2$, ángulos: 53,13° y 126,87° aprox.

61 En un círculo de 14 cm de radio, calcula el perímetro de un sector circular correspondiente a un ángulo central de 40°.

Solución: $P \cong 37{,}772$ cm

62 Calcula el área del segmento circular correspondiente a un ángulo central de 115° en una circunferencia de 15 cm de radio.

Solución: $A \cong 123{,}84\ cm^2$

63 Dos observadores ven el punto más alto de una torre bajo un ángulo de 58° y 75°, respectivamente, tal como indica la figura. La distancia que los separa es de 25 metros. Calcula la altura de la torre.

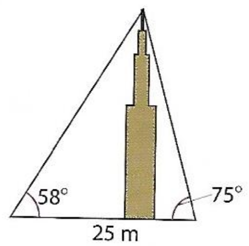
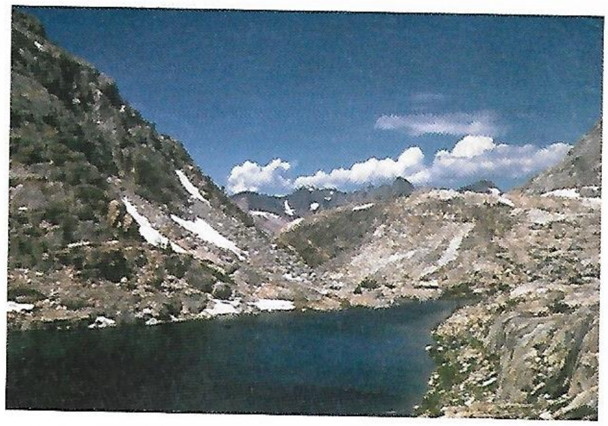


FIGURA 3.47.

Solución: $h \cong 28$ m

64 Observamos la cima de una montaña bajo un ángulo de elevación de 67°. Si nos alejamos 300 m, el ángulo de elevación es de 27°. Calcula la altura de la montaña.



Solución: 195,04 m aprox.

65 Para medir la anchura de un río, dos amigos se colocan en una de las orillas separados una distancia de 150 m. Los dos miden el ángulo que forma su visual a un árbol punto de la orilla contraria con la recta que los une y resultan 39° y 75°, tal como indica la figura. ¿Cuál es la anchura del río?

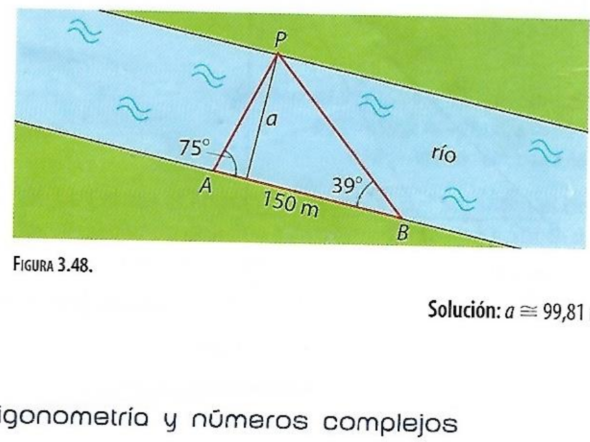


FIGURA 3.48.

Solución: $a \cong 99{,}81$ m

66 Desde dos puntos distantes entre sí 3 km se observa un globo sonda. El ángulo de elevación desde uno de los puntos, *A*, es 24,° y desde el otro, *B*, 36°. ¿Cuál es el punto más próximo al globo sonda? ¿Y la altura del globo?

Solución: Primer caso: $d \cong 1{,}140$ km y $h \cong 0{,}828$ km.
Segundo caso: $d \cong 4{,}748$ km y $h \cong 3{,}450$ km.

67 Desde un punto observamos la copa de un árbol bajo un ángulo de 40°. Desde ese mismo punto, pero a una altura de 2 m, vemos la copa bajo un ángulo de 20°. Calcula la altura del árbol y la distancia a la que nos encontramos de él.

Solución: $h \cong 3{,}53$ m y $x \cong 4{,}21$ m

68 El ángulo de elevación del Sol sobre el horizonte es de 48°. Calcula la longitud de la sombra que proyectará una estaca clavada verticalmente en el suelo si su longitud es de 1,3 m. ¿Cuál sería la longitud de la sombra de la estaca si esta estuviera inclinada 5° respecto de la vertical?

Solución: $s \cong 117{,}05$ cm. Si está inclinada 5°, $s \cong 105{,}28$ cm o $s \cong 127{,}94$ cm

69 Desde un punto situado a una cierta distancia de la fachada de un edificio, observamos su punto más alto bajo un ángulo de 49°, tal como se indica en la figura. Nos alejamos 60 m, bajando unas escaleras, y desde un punto 10 m por debajo del anterior, vemos el mismo punto en lo alto del edificio bajo un ángulo de 26°. Calcula la altura del edificio.

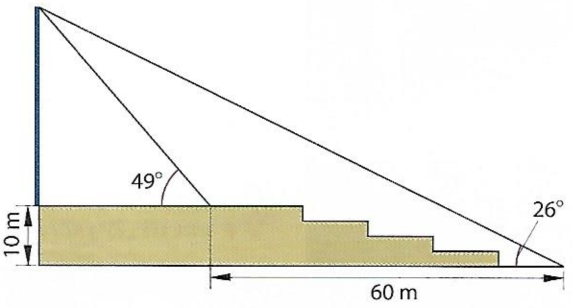


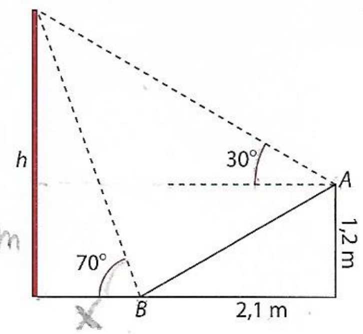
FIGURA 3.49.

Solución: $h \cong 33{,}44$ m

70 Para calcular la altura de un mural, realizamos dos mediciones desde dos puntos *A* y *B*, como se indica en la siguiente figura. Calcula la distancia de ambos puntos al mural, y la altura de este.

$tg\,70° = \frac{h}{x}$

$tg\,30° = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{h - 1'2}{x + 2'1}$



1'2m

FIGURA 3.50.

Solución: La distancia de *A* al mural es de 3,21 m y la distancia de *B* al mural es de 1,11 m aprox. La altura del mural es de $h \cong 3{,}05$ m

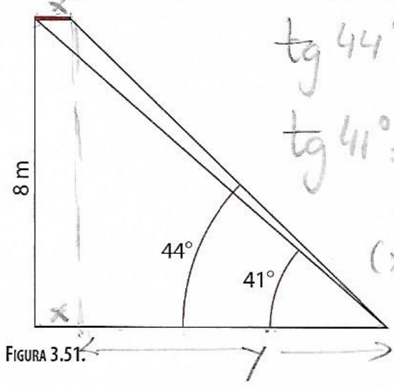
71 Se observa la cima de un promontorio de altura 100 m bajo un ángulo de 17°. Nos acercamos una cierta distancia y entonces el ángulo de elevación es de 30°. Calcula qué distancia nos hemos acercado.

Solución: 153,88 m aprox.

72 El poste central de una carpa se sujeta con cables al suelo. En el punto de fijación del cable con el suelo, el ángulo que forma el cable con el terreno, supuestamente horizontal, es de 45°, y se gastan 2 m más de cable que si el cable y el terreno forman un ángulo de 55°. Si hacen falta 6 cables para realizar una sujeción segura del poste, averigua cuánto cable hace falta si gastamos la menor cantidad posible, y cuál es la altura del poste.

Solución: 75,73 m de cable aprox. y $h \cong 10{,}339$ m

73 Queremos averiguar la anchura de un voladizo situado a 8 m de altura. Desde un mismo punto realizamos dos mediciones y obtenemos los ángulos que se indican en la figura. Calcula la anchura del voladizo.



$tg\,44° = \frac{8}{y} \Rightarrow y = \frac{8}{tg\,44°}$

$tg\,41° = \frac{8}{x+y}$

$\left(x + \frac{8}{tg\,44°}\right) tg\,41° = 8$

FIGURA 3.51.

Solución: $a \cong 0{,}92$ m

74 Desde un barco *A* se divisa la luz de un faro bajo un ángulo de 45°, y su base, que está en una pequeña elevación de la costa, bajo un ángulo de 20°. Una barca, *B*, situada a 15 m del punto de la costa en que está el faro, ve su luz bajo un ángulo de 65°. Calcula cuánto mide el faro desde su base hasta su luz

Solución: 20,46 m aprox.

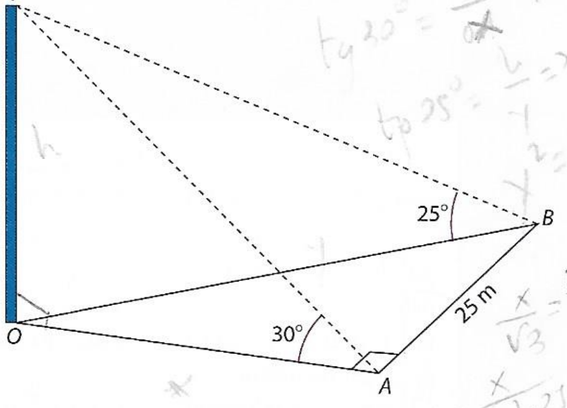
75 Para calcular la altura de un punto *P* inaccesible, dos amigos, A y *B*, han realizado las mediciones que se reflejan en la figura. Sabiendo que el ángulo *OAB* es recto, calcula la altura del punto *P*, perpendicular al plano *OAB*.

$h = \frac{x}{\sqrt{3}}$

$tg\,30° = \frac{h}{x}$

$tg\,25° = \frac{h}{y}$

$y^2 = x^2 + 25^2$



$\frac{x}{\sqrt{3}} = tg\,25°\,y$

$y = \frac{x}{\sqrt{3}\,tg\,25°}$

FIGURA 3.52.

Solución: $L \cong 19{,}771$ m

76 En un triángulo rectángulo de lados 6 cm, 8 cm y 10 cm se considera un punto P, que dista 1 cm del cateto más largo y de la hipotenusa. Desde este punto trazamos perpendiculares a los dos catetos, de forma que queda dibujando un rectángulo. ¿Cuál es la superficie de este rectángulo?

Solución: 5 cm²