1. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 2x+1$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \Re$

b) $f(x) = x^3 - x - 8$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \Re$

c) $f(x) = x^2 + x + 1$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \Re$

d) $f(x) = x^9 - 6x^4 + 9$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \Re$

e) $f(x) = x^5 - 2x + 6$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \Re$

f) $f(x) = (x-1)^3$ función polinómica $\rightarrow Dom(f) = \Re$

g) $f(x) = \dfrac{1}{7-3x}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{x / 7-3x=0\} = \Re - \left\{\dfrac{7}{3}\right\}$

$7-3x = 0 \Rightarrow -3x = -7 \Rightarrow x = \dfrac{7}{3}$

h) $f(x) = \dfrac{1}{4x^2-1}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{x / x^2 - 1 = 0\} = \Re - \left\{-\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right\}$

$4x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\dfrac{1}{4}} \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{2}$ ò $x = \dfrac{1}{2}$

i) $f(x) = \dfrac{x^7-2}{x^2-4x+3}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{x / x^2 - 4x + 3 = 0\} = \Re - \{1,3\}$

$x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} = \dfrac{4 \pm 2}{2} = \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$

j) $f(x) = \dfrac{1}{x^3}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{x / x^3 = 0\} = \Re - \{0\}$

$x^3 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{0} \Leftrightarrow x = 0$

k) $f(x) = \dfrac{7}{x^2-5}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{x / x^2 - 5 = 0\} = \Re - \{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\}$

$x^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 5 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{5}$

l) $f(x) = \dfrac{1}{x^4-1}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{x / x^4 - 1 = 0\} = \Re - \{-1,1\}$

$x^4 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^4 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt[4]{1} \Leftrightarrow x = \pm 1$

m) $f(x) = \dfrac{1}{x^3+1}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{x / x^3 + 1 = 0\} = \Re - \{-1\}$

$x^3 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^3 = -1 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{-1} \Leftrightarrow x = -1$

n) $f(x) = \dfrac{7x+9}{x^3+8}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{x / x^3 + 8 = 0\} = \Re - \{-2\}$

$x^3 + 8 = 0 \Leftrightarrow x^3 = -8 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{-8} \Leftrightarrow x = -2$

o) $f(x) = \dfrac{3}{2-x^2}$ función racional $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{x / 2 - x^2 = 0\} = \Re - \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$

$2 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$

p) $f(x)=\dfrac{x-1}{x^4-3x^2-4}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^4-3x^2-4=0\}$

- $x^4-3x^2-4=0$ ecuación bicuadrada
- Cambio de variable $\underline{x^2=t}$ $\Rightarrow t^2-3t-4=0$

$$t^2-3t-4=0 \Leftrightarrow t=\frac{3\pm\sqrt{9+16}}{2}=\frac{3\pm 5}{2}=\begin{cases} t=4\Rightarrow x^2=4\Rightarrow x=\pm 2 \\ x=-1\Rightarrow x^2=-1\Rightarrow \text{no tiene solución real}\end{cases}$$

- Por tanto, $Dom(f)=\Re-\{x/x^4-3x^2-4=0\}=\Re-\{-2,2\}$

q) $f(x)=\dfrac{x}{x^6-7x^3-8}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^6-7x^3-8=0\}$

- $x^6-7x^3-8=0$
- Cambio de variable $\underline{x^3=t}$ $\Rightarrow t^2-7t-8=0$

$$t^2-7t-8=0 \Leftrightarrow t=\frac{7\pm\sqrt{49+32}}{2}=\frac{7\pm 9}{2}=\begin{cases} t=8\Rightarrow x^3=8\Rightarrow x=\sqrt[3]{8}=2\Rightarrow x=2 \\ x=-1\Rightarrow x^3=-1\Rightarrow x=\sqrt[3]{-1}\Rightarrow x=-1\end{cases}$$

- Por tanto, $Dom(f)=\Re-\{x/x^6-7x^2-8=0\}=\Re-\{-1,2\}$

r) $f(x)=\dfrac{x^3-6x^2+4x+8}{x^3-x^2-9x+9}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^3-x^2-9x+9=0\}$

- $x^3-x^2-9x+9=0$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -1 & -9 & 9 \\ 1 & & +1 & 0 & -9 \\ \hline & 1 & 0 & -9 & \boxed{0} \end{array}$$

$$x^3-x^2-9x+9=0 \Leftrightarrow (x-1)\cdot(x^2-9)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0\Rightarrow \underline{x=1} \\ x^2-9=0\Rightarrow \underline{x=\pm 3}\end{cases}$$

- Por tanto, $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^3-x^2-9x+9=0\}=\Re-\{-3,1,3\}$

s) $f(x)=\dfrac{x^2-3}{x^3-2x^2-x+2}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^3-2x^2-x+2=0\}$

- $x^3-2x^2-x+2=0$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -2 & -1 & +2 \\ 1 & & +1 & -1 & -2 \\ \hline & 1 & -1 & -2 & \boxed{0} \end{array}$$

$$x^3-2x^2-x+2=0 \Leftrightarrow (x-1)\cdot(x^2-x-2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow \underline{x=1} \\ x^2-x-2=0 \Rightarrow x=\dfrac{1\pm\sqrt{1+8}}{2}=\dfrac{1\pm 3}{2}=\begin{cases}\underline{x=2}\\ \underline{x=-1}\end{cases}\end{cases}$$

- Por tanto, $Dom(f)=\Re-\{x/x^3-2x^2-x+2=0\}=\Re-\{-1,1,2\}$

t) $f(x)=\dfrac{x+13}{x^4+x^3-3x^2-3x}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^4+x^3-3x^2-3x=0\}$

- $x^4+x^3-3x^2-3x=0 \Rightarrow x\cdot(x^3+x^2-3x-3)=0 \Rightarrow \begin{cases}\underline{x=0}\\ x^3+x^2-3x-3=0\end{cases}$
- $x^3+x^2-3x-3=0$

$$\begin{array}{r|rrr|l} & 1 & +1 & -3 & -3 \\ -1 & & -1 & 0 & +3 \\ \hline & 1 & 0 & -3 & \boxed{0} \end{array}$$

$$x^3+x^2-3x-3=0 \Leftrightarrow (x+1)\cdot(x^2-3)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \Rightarrow \underline{x=-1} \\ x^2-3=0 \Rightarrow \underline{x=\pm\sqrt{3}}\end{cases}$$

- Por tanto, $Dom(f)=\Re-\{x/x^4+x^3-3x^2-3x=0\}=\Re-\{0,-1,-\sqrt{3},\sqrt{3}\}$

u) $f(x)=\dfrac{x^7-2}{x^2-3x+4}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^2-3x+4=0\}$

$x^2-3x+4=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{3\pm\sqrt{9-16}}{2}=$ no tiene solución real

Por tanto, $Dom(f)=\Re$

v) $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2+4}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^2+4=0\}$

$x^2+4=0 \Leftrightarrow x^2=-4 \Leftrightarrow x=\sqrt{-4} \Rightarrow$ no tiene solución real

Por tanto, $Dom(f)=\Re$

w) $f(x)=\dfrac{7x+9}{81x^4-16}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/81x^4-16=0\}$

$81x^4-16=0 \Leftrightarrow 81x^4=16 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt[4]{\dfrac{16}{81}}=\pm\dfrac{2}{3}$

Por tanto, $Dom(f)=\Re-\left\{-\dfrac{2}{3},\dfrac{2}{3}\right\}$

x) $f(x)=\dfrac{7x+9}{x^4+16}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^4+16=0\}$

$x^4+16=0 \Leftrightarrow x^4=-16 \Leftrightarrow x=\sqrt[4]{-16} \Rightarrow$ no tiene solución real

Por tanto, $Dom(f)=\Re$

y) $f(x)=\dfrac{2-x}{(x+1)^5}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/(x+1)^5=0\}=\Re-\{-1\}$

$(x+1)^5=0 \Leftrightarrow x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$

z) $f(x)=\dfrac{5x^3-8}{1+x+x^2}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/1+x+x^2=0\}$

$1+x+x^2=0 \Leftrightarrow x^2+x+1=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1-4}}{2}=$ no tiene solución real

Por tanto, $Dom(f)=\Re$

2. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x)=6x-2\sqrt{x}+8 \rightarrow Dom(f)=Dom(y=\sqrt{x})=[0,+\infty)$

b) $f(x)=\sqrt{2+x}-\sqrt{3-x}$

- $y=\sqrt{2+x} \rightarrow \text{Dominio}=\{x/2+x\geq 0\}=[-2,+\infty)$
- $y=\sqrt{3-x} \rightarrow \text{Dominio}=\{x/3-x\geq 0\}=(-\infty,3]$

Por tanto, $Dom(f)=[-2,+\infty)\cap(-\infty,3]=[-2,3]$

c) $f(x)=\sqrt{4-2x}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f)=\{x\in\Re/4-2x\geq 0\}=(-\infty,2]$

$4-2x\geq 0 \Rightarrow -2x\geq -4 \Rightarrow x\leq \dfrac{-4}{-2} \Rightarrow x\leq 2$

d) $f(x)=\sqrt[3]{4-2x}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f)=Dom(y=4-2x)=\Re$

e) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{4-2x}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f)=\{x\in\Re/4-2x>0\}=(-\infty,2)$

Nota: El radical aparece en el denominador por eso el radicando ha de ser estrictamente mayor que 0.

$4-2x>0 \Rightarrow -2x>-4 \Rightarrow x<\dfrac{-4}{-2} \Rightarrow x<2$

f) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt[3]{4-2x}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{2\}$

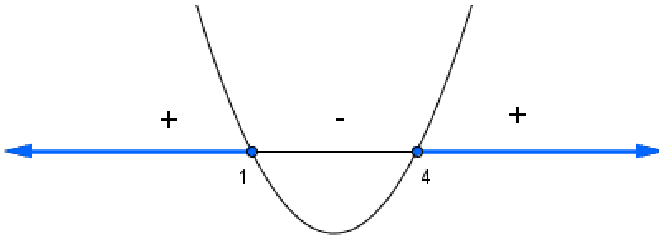
Nota: El denominador no puede ser 0 $\Rightarrow \sqrt[3]{4-2x}\neq 0 \Leftrightarrow 4-2x\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 2$

g) $f(x)=\sqrt[4]{x^2-5x+4}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f)=\{x\in\Re/x^2-5x+4\geq 0\}$

Tenemos que resolver la inecuación: $x^2-5x+4\geq 0$

Ceros

$$x^2-5x+4=0 \Leftrightarrow x=\frac{5\pm\sqrt{25-16}}{2}=\frac{5\pm 3}{2}=\begin{cases} x=4 \\ x=1 \end{cases}$$



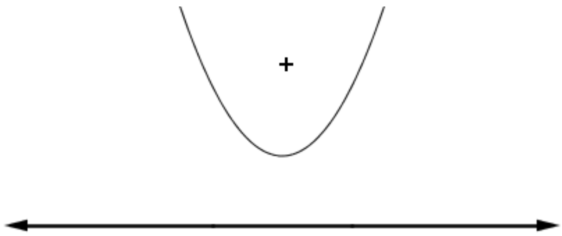
Por tanto, $Dom(f) = (-\infty, 1] \cup [4, +\infty)$

h) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \Re / x^2 - 2x + 3 \geq 0\}$

Tenemos que resolver la inecuación: $x^2 - 2x + 3 \geq 0$

<u>Ceros</u>

$$x^2 - 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 12}}{2} \Rightarrow \text{no tiene solución real}$$



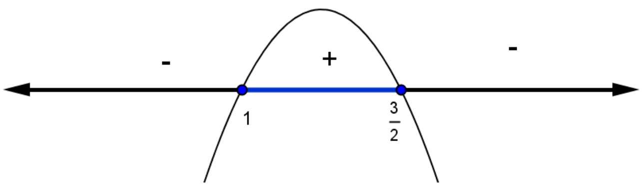
Por tanto, $Dom(f) = \Re$

i) $f(x) = \sqrt{-2x^2 + 5x - 3}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \Re / -2x^2 + 5x - 3 \geq 0\}$

Tenemos que resolver la inecuación: $-2x^2 + 5x - 3 \geq 0$

<u>Ceros</u>

$$-2x^2 + 5x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{-4} = \frac{-5 \pm 1}{-4} = \begin{cases} x = 1 \\ x = \dfrac{3}{2} \end{cases}$$



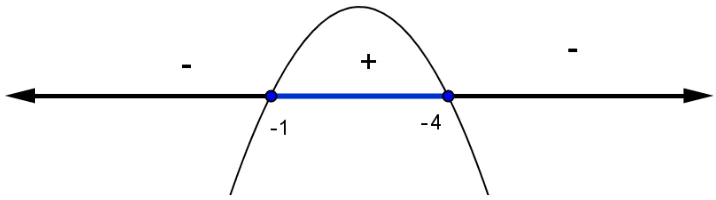
Por tanto, $Dom(f) = \left[1, \frac{3}{2}\right]$

j) $f(x) = \sqrt{3x - x^2 + 4}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \Re / 3x - x^2 + 4 \geq 0\}$

Tenemos que resolver la inecuación: $3x - x^2 + 4 \geq 0 \Rightarrow -x^2 + 3x + 4 \geq 0$

Ceros

$$-x^2 + 3x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{-2} = \frac{-3 \pm 5}{-2} = \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$



Por tanto, $Dom(f) = [-1,4]$

k) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \Re \,/\, x > 0\} = (0,+\infty)$

Nota: El radical aparece en el denominador por eso el radicando ha de ser estrictamente mayor que 0.

l) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{0\}$

Nota: El denominador no puede ser 0 $\Rightarrow \sqrt[3]{x} \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0$

m) $f(x) = \sqrt[5]{x^2 - 1}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = Dom(y = x^2 - 1) = \Re$

n) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[5]{x^2 - 1}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = \Re - \{-1,1\}$

Nota: El denominador no puede ser 0 $\Rightarrow \sqrt[5]{x^2 - 1} \neq 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$

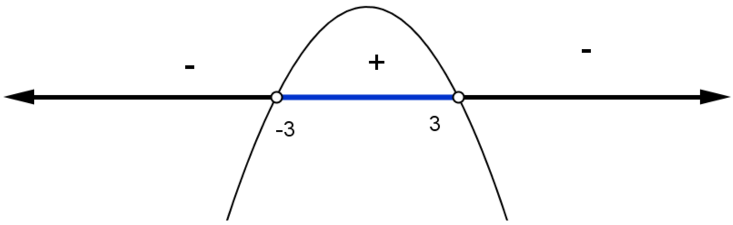
o) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[4]{9 - x^2}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \Re \,/\, 9 - x^2 > 0\}$

Nota: El radical aparece en el denominador por eso el radicando ha de ser estrictamente mayor que 0.

- $9 - x^2 > 0 \Rightarrow -x^2 + 9 > 0$

  Ceros

  $-x^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$



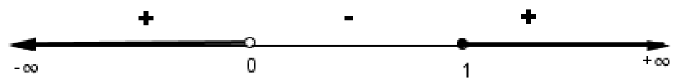
- Por tanto, $\rightarrow Dom(f) = \{x \in \Re \,/\, 9 - x^2 > 0\} = (-3,3)$

p) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-1}{x}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f) = \left\{x \in \Re \,/\, \dfrac{x-1}{x} \geq 0\right\}$

Tenemos que resolver la inecuación : $\dfrac{x-1}{x} \geq 0$

<u>Ceros</u> <u>Polos</u>

$x-1=0 \Leftrightarrow x=1$ $x=0$



Por tanto, $Dom(f)=(-\infty,0)\cup[1,+\infty)$

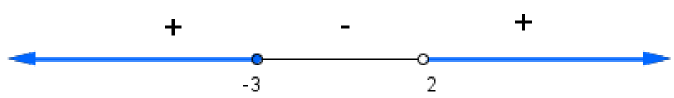
q) $f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{x-1}{x}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f)=Dom\left(y=\dfrac{x-1}{x}\right)=\Re-\{0\}$

r) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+3}{x-2}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f)=\left\{x\in\Re \,/\, \dfrac{x+3}{x-2}\geq 0\right\}$

Tenemos que resolver la inecuación : $\dfrac{x+3}{x-2} \geq 0$

<u>Ceros</u> <u>Polos</u>

$x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$ $x-2=0 \Leftrightarrow x=2$



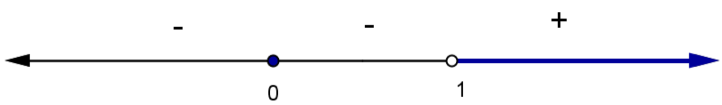
Por tanto, $Dom(f)=(-\infty,-3]\cup(2,+\infty)$

s) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x^2}{x-1}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f)=\left\{x\in\Re \,/\, \dfrac{x^2}{x-1}\geq 0\right\}$

Tenemos que resolver la inecuación : $\dfrac{x^2}{x-1} \geq 0$

<u>Ceros</u> <u>Polos</u>

$x^2=0 \Leftrightarrow x=0$ $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$



Por tanto, $Dom(f)=\{0\}\cup(1,+\infty)$

t) $f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f)=Dom\left(y=\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}\right)=\Re-\{1,2\}$

$$x^2-3x+2=0 \Leftrightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{9-8}}{2}=\frac{3\pm1}{2}=\begin{cases}x=2\\x=1\end{cases}$$

u) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f)=\left\{x\in\Re / \dfrac{x-2}{x^2-3x+2}\geq 0\right\}$

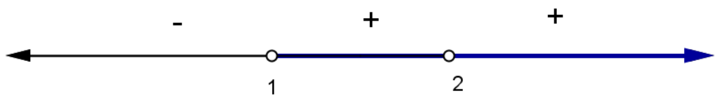
Tenemos que resolver la inecuación: $\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}\geq 0 \Rightarrow \dfrac{(x-2)}{(x-2)(x-1)}\geq 0$

<u>Ceros</u>

$x-2=0 \Leftrightarrow x=2$

<u>Polos</u>

$$x^2-3x+2=0 \Leftrightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{9-8}}{2}=\begin{cases} x=2 \\ x=1 \end{cases}$$



Por tanto, $Dom(f)=(1,2)\cup(2,+\infty)$

v) $f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{1}{x^3-5x}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f)=Dom\left(y=\dfrac{1}{x^3-5x}\right)=$

$=\Re-\{x / x^3-5x=0\}=\Re-\{0,\pm\sqrt{5}\}$

$$x^3-5x=0 \Leftrightarrow x\cdot(x^2-5)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ \\ x^2-5=0 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{5} \end{cases}$$

w) $f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{x^6-5x+1}{x^2-4x+4}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f)=Dom\left(y=\dfrac{x^6-5x+1}{x^2-4x+4}\right)=$

$=\Re-\{x / x^2-4x+4=0\}=\Re-\{2\}$

$$x^2-4x+4=0 \Leftrightarrow x=\frac{4\pm\sqrt{16-16}}{2}=\frac{4\pm 0}{2}=\begin{cases} x=2 \\ x=2 \end{cases}$$

x) $f(x)=\sqrt[4]{\dfrac{x(x+7)}{x^2+5x+6}}$ función radical con índice par $\rightarrow Dom(f)=\left\{x\in\Re / \dfrac{x(x+7)}{x^2+5x+6}\geq 0\right\}$

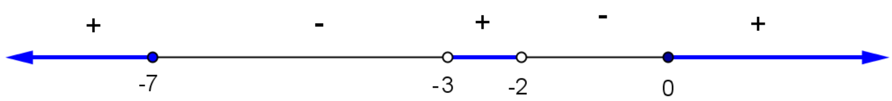
Tenemos que resolver la inecuación: $\dfrac{x(x+7)}{x^2+5x+6}\geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{x(x+7)}{(x+2)(x+3)}\geq 0$

<u>Ceros</u>

$x(x+7)=0 \Leftrightarrow x=0$ ò $x=-7$

<u>Polos</u>

$x^2+5x+6=0 \Leftrightarrow x=-3$ ò $x=-2$



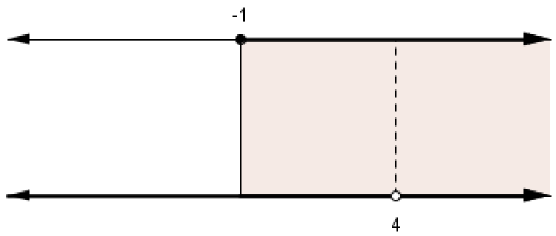
Por tanto, $Dom(f)=(-\infty,-7]\cup(-3,-2)\cup[0,+\infty)$

y) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x-4}$

Como $f(x)=\dfrac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow Dom(f)=[Dom(g)\cap Dom(h)]-\{x\in Dom(h)/h(x)=0\}$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

- $y=\sqrt{x+1} \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in \Re / x+1\geq 0\}=[-1,+\infty)$
- $y=x-4 \rightarrow \text{Dominio}=\Re$

  $x-4\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 4$



Por tanto, $Dom(f)=[-1,4)\cup(4,+\infty)$

z) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-2x}$

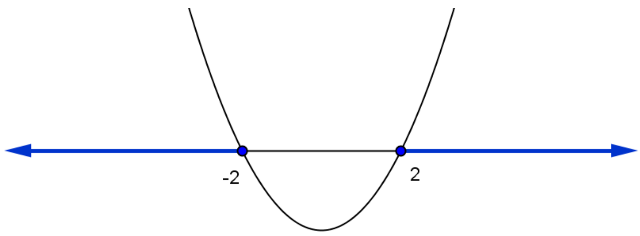
Como $f(x)=\dfrac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow Dom(f)=[Dom(g)\cap Dom(h)]-\{x\in Dom(h)/h(x)=0\}$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

- $y=\sqrt{x^2-4} \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in \Re / x^2-4\geq 0\}=(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

  Tenemos que resolver la inecuación: $x^2-4\geq 0$

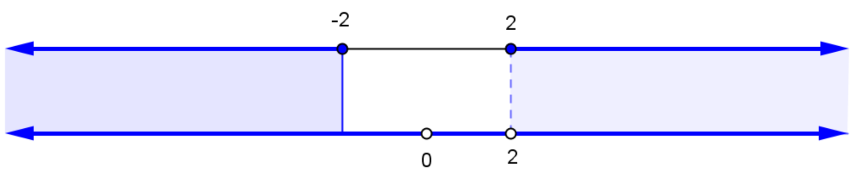
  Ceros

  $x^2-4=0 \Leftrightarrow x^2=4 \Leftrightarrow x=\pm 2$



- $y=x^2-2x \rightarrow \text{Dominio}=\Re$

  $x^2-2x\neq 0 \Leftrightarrow x(x-2)\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 0 \quad \text{y} \quad x\neq 2$



Por tanto, $Dom(f) = (-\infty,-2] \cup (2,+\infty)$

aa) $f(x) = \dfrac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{x^4 - 1}}$

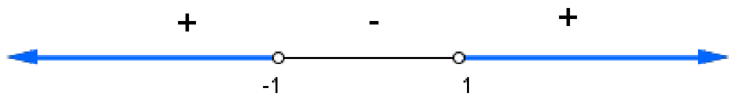
Como $f(x) = \dfrac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow Dom(f) = [Dom(g) \cap Dom(h)] - \{x \in Dom(h) / h(x) = 0\}$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

- $y = x^2 - 5x + 6 \rightarrow \text{Dominio} = \Re$
- $y = \sqrt{x^4 - 1} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \Re / x^4 - 1 > 0\} = (-\infty,-1) \cup (1,+\infty)$ (La desigualdad es estricta porque el denominador no puede ser 0)

  Tenemos que resolver la inecuación: $x^4 - 1 > 0$

  <u>Ceros</u>

  $x^4 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^4 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt[4]{1} \Leftrightarrow x = -1 \quad \text{ò} \quad x = 1$



Por tanto, $Dom(f) = [\Re \cap (-\infty,-1) \cup (1,+\infty)] = (-\infty,-1) \cup (1,+\infty)$

bb) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^3 + 27}$

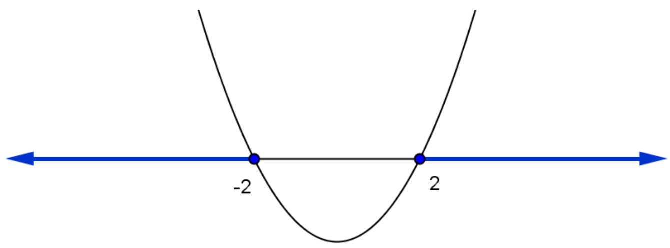
Como $f(x) = \dfrac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow Dom(f) = [Dom(g) \cap Dom(h)] - \{x \in Dom(h) / h(x) = 0\}$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

- $y = \sqrt{x^2 - 4} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \Re / x^2 - 4 \geq 0\} = (-\infty,-2] \cup [2,+\infty)$

  Tenemos que resolver la inecuación: $x^2 - 4 \geq 0$

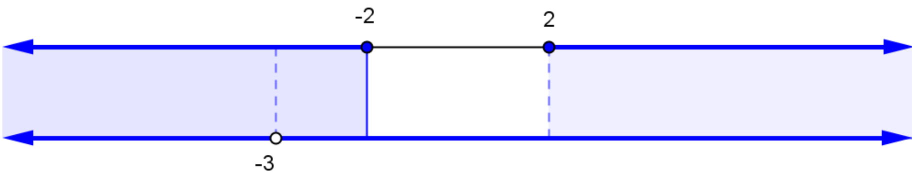
  <u>Ceros</u>

  $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$



- $y = x^3 + 27 \rightarrow \text{Dominio} = \Re$

  $x^3 + 27 \neq 0 \Leftrightarrow x^3 \neq -27 \Leftrightarrow x \neq \sqrt[3]{-27} \Leftrightarrow x \neq -3$



Por tanto, $Dom(f) = (-\infty,-3) \cup (-3,-2] \cup [2,+\infty)$

cc) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2-4}}{\sqrt[3]{x-6}}$

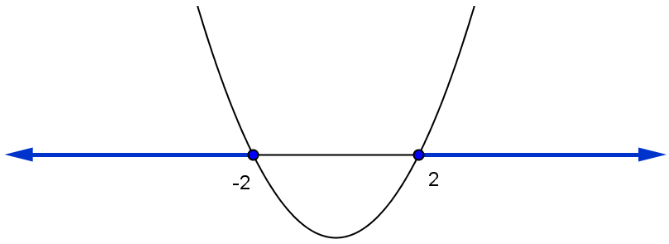
Como $f(x) = \dfrac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow Dom(f) = [Dom(g) \cap Dom(h)] - \{x \in Dom(h) / h(x) = 0\}$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

- $y = \sqrt{x^2-4} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \Re / x^2 - 4 \geq 0\} = (-\infty,-2] \cup [2,+\infty)$

  Tenemos que resolver la inecuación: $x^2 - 4 \geq 0$

  <u>Ceros</u>

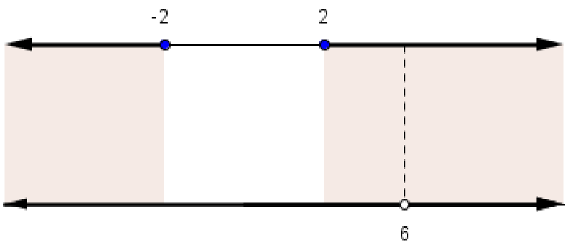
  $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x = -2 \;\; \text{ò} \;\; x = 2$



- $y = \sqrt[3]{x-6} \rightarrow \text{Dominio} = \Re$

  $\sqrt[3]{x-6} \neq 0 \Leftrightarrow x - 6 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 6$

Por tanto, $Dom(f) = (-\infty,-2] \cup [2,6) \cup (6,+\infty)$



dd) $f(x) = \dfrac{2x+7}{\sqrt[3]{9-x}}$

Como $f(x) = \dfrac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow Dom(f) = [Dom(g) \cap Dom(h)] - \{x \in Dom(h) / h(x) = 0\}$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

- $y = 2x + 7 \rightarrow \text{Dominio} = \Re$
- $y = \sqrt[3]{9 - x} \rightarrow \text{Dominio} = \Re$

  $\sqrt[3]{9 - x} \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 9 \rightarrow$ luego 9 no está en el dominio porque anula al denominador

Por tanto, $Dom(f) = \Re - \{9\}$

ee) $f(x) = \dfrac{2x + 7}{\sqrt[6]{9 - x}}$

Como $f(x) = \dfrac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow Dom(f) = [Dom(g) \cap Dom(h)] - \{x \in Dom(h) / h(x) = 0\}$ (Valores de x en los que g y h están definidas a la vez excepto aquellos en los que h se anula)

- $y = 2x + 7 \rightarrow \text{Dominio} = \Re$
- $y = \sqrt[6]{9 - x} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \Re / 9 - x > 0\} = (-\infty, 9)$ (mayor estricto porque el radical está en el denominador y, por tanto, no puede anularse)

Por tanto, $Dom(f) = (-\infty, 9)$

3. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \ln(-3x + 2) \rightarrow Dom(f) = \{x \in \Re / -3x + 2 > 0\} = \left(-\infty, \dfrac{2}{3}\right)$

$-3x + 2 > 0 \Leftrightarrow -3x > -2 \Leftrightarrow x < \dfrac{2}{3}$

b) $f(x) = \log \sqrt{-3x} \rightarrow Dom(f) = \{x \in \Re / \sqrt{-3x} > 0\} = (-\infty, 0)$

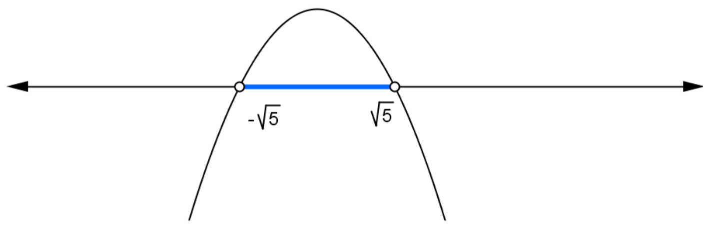
$\sqrt{-3x} > 0 \Leftrightarrow -3x > 0 \Leftrightarrow x < \dfrac{0}{-3} \Leftrightarrow x < 0$

c) $f(x) = \ln(5 - x^2) \rightarrow Dom(f) = \{x \in \Re / 5 - x^2 > 0\} = (-\sqrt{5}, \sqrt{5})$

Tenemos que resolver la inecuación : $5 - x^2 > 0 \Rightarrow -x^2 + 5 > 0$

<u>Ceros</u>

$-x^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 5 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{5}$



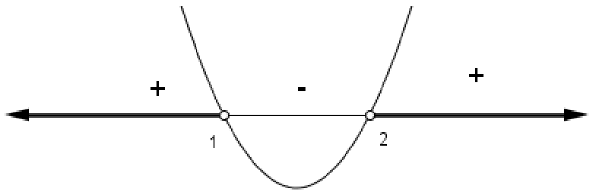
d) $f(x) = \ln \sqrt[3]{x - 1} \quad \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \Re / \sqrt[3]{x - 1} > 0\} = \{x \in \Re / x - 1 > 0\} = \{x \in \Re / x > 1\} = (1, +\infty)$

e) $f(x)=\ln(x^2-3x+2) \;\rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re\,/\,x^2-3x+2>0\}=(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$

Tenemos que resolver la inecuación: $x^2-3x+2>0$

<u>Ceros</u>

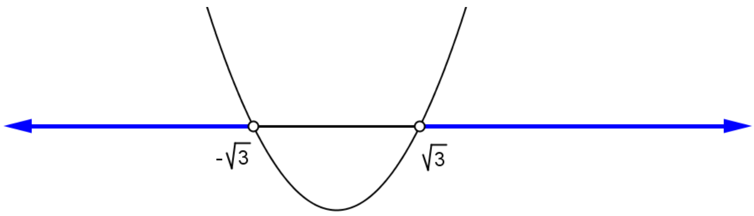
$$x^2-3x+2=0 \Leftrightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{9-8}}{2}=\frac{3\pm1}{2}\begin{cases}x=2\\x=1\end{cases}$$



Por tanto $\quad Dom(f)=(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$

f) $f(x)=\log(x^2-3) \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re\,/\,x^2-3>0\}=(-\infty,-\sqrt{3})\cup(\sqrt{3},+\infty)$

Tenemos que resolver la inecuación: $x^2-3>0$



g) $f(x)=\log\left(\dfrac{-x^2+x+2}{x^2+2x-15}\right) \;\rightarrow Dom(f)=\left\{x\in\Re\,/\,\dfrac{-x^2+x+2}{x^2+2x-15}>0\right\}$

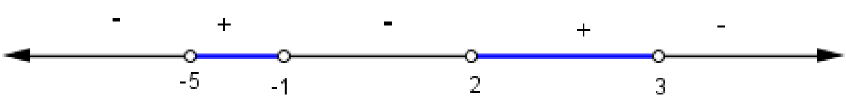
Tenemos que resolver la inecuación: $\dfrac{-x^2+x+2}{x^2+2x-15}>0 \Leftrightarrow \dfrac{-(x+1)(x-2)}{(x-3)(x+5)}>0$

<u>Ceros</u>

$-x^2+x+2=0 \Leftrightarrow x=-1 \quad \text{o} \quad x=2$

<u>Polos</u>

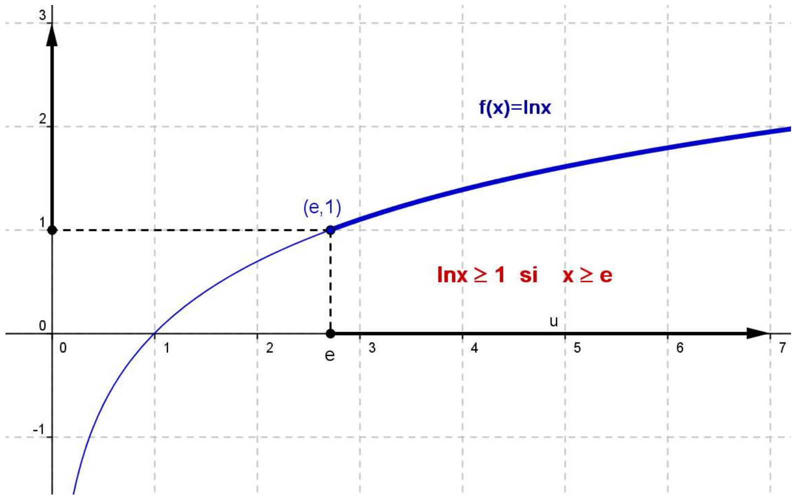
$x^2+2x-15=0 \Leftrightarrow x=3 \quad \text{o} \quad x=-5$



Por tanto, $Dom(f)=(-5,-1)\cup(2,3)$

h) $f(x)=\sqrt{\ln x-1} \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re\,/\,\ln x-1\geq0\}=\{x\in\Re\,/\,\ln x\geq1\}=[e,+\infty)$

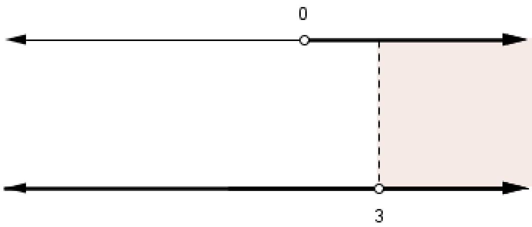
$\ln x\geq1 \Leftrightarrow e^{\ln x}\geq e^1 \Leftrightarrow x\geq e \Leftrightarrow x\in[e,+\infty)$



i) $f(x) = \dfrac{\ln x}{\sqrt{x-3}}$

- $y = \ln x \rightarrow \text{Dominio} = (0,+\infty)$
- $y = \sqrt{x-3} \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \Re \,/\, x-3>0\} = (3,+\infty)$ (La desigualdad es estricta porque al estar el radical en el denominador no puede ser 0)

El dominio de la función es la intersección de los dos intervalos anteriores,

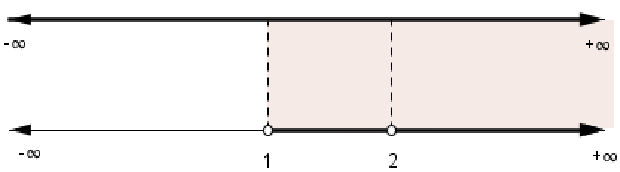


Por tanto, $Dom(f) = (3,+\infty)$

j) $f(x) = \dfrac{x}{\ln(x-1)}$

- $y = x \rightarrow \text{Dominio} = \Re$
- $y = \ln(x-1) \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \Re \,/\, x-1>0\} = \{x \in \Re \,/\, x>1\} = (1,+\infty)$

  $\ln(x-1) \neq 0 \Leftrightarrow x-1 \neq 1 \Leftrightarrow x \neq 2$



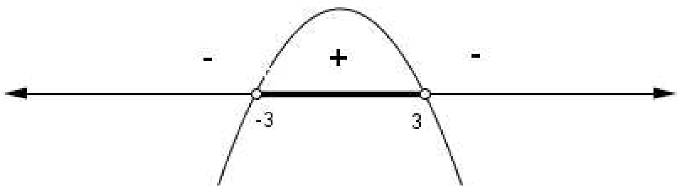
Por tanto, $Dom(f) = (1,2) \cup (2,+\infty)$

k) $f(x)=\log\sqrt{9-x^2} \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re/\sqrt{9-x^2}>0\}=\{x\in\Re/9-x^2>0\}=(-3,3)$

Tenemos que resolver la inecuación: $9-x^2>0$

<u>Ceros</u>

$9-x^2=0 \Leftrightarrow x^2=9 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{9} \Leftrightarrow x=-3$ ò $x=3$



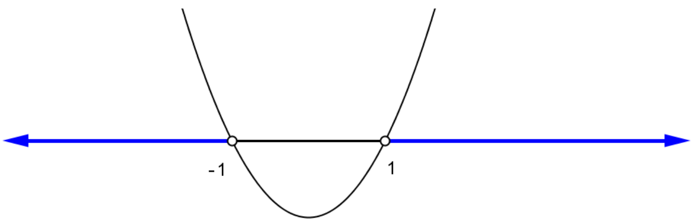
l) $f(x)=\dfrac{\ln(x+3)}{\sqrt{x^2-1}}$

- $y=\ln(x+3) \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re/x+3>0\}=(-3,+\infty)$
- $y=\sqrt{x^2-1} \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re/x^2-1>0\}=(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$ (La desigualdad es estricta porque al estar el radical en el denominador no puede ser 0)

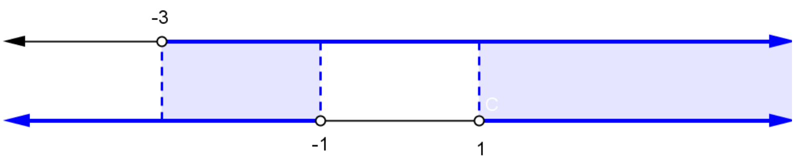
  Tenemos que resolver la inecuación: $x^2-1>0$

  <u>Ceros</u>

  $x^2-1=0 \Leftrightarrow x^2=1 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x=-1$ ò $x=1$



El dominio de la función es la intersección de los dos intervalos anteriores, por tanto, $Dom(f)=(-3,-1)\cup(1,+\infty)$



m) $f(x)=\dfrac{\log(x+7)}{x}$

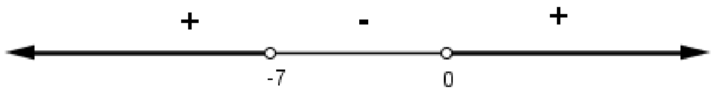
- $y=\log(x+7) \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re/x+7>0\}=\{x\in\Re/x>-7\}=(-7,+\infty)$
- $y=x \rightarrow \text{Dominio}=\Re-\{0\}$ (eliminamos el 0 porque el denominador no puede anularse)

Por tanto, $Dom(f)=(-7,+\infty)\cap(\Re-\{0\})=(-7,0)\cup(0,+\infty)$

n) $f(x)=\log\left(\dfrac{x+7}{x}\right) \;\rightarrow \text{Dominio}=\left\{x\in\Re/\dfrac{x+7}{x}>0\right\}$

<u>Ceros</u> <u>Polos</u>

$x+7=0\Rightarrow x=-7$ $\quad x=0$



Por tanto, $Dom(f)=(-\infty,-7)\cup(0,+\infty)$

o) $f(x)=\dfrac{2x-9}{\log\sqrt{x+3}}$

- $y=2x-9\rightarrow \text{Dominio}=\Re$
- $y=\log\sqrt{x+3}\rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re/x+3>0\}=(-3,+\infty)$

  $\log\sqrt{x+3}\neq 0\Leftrightarrow\sqrt{x+3}\neq 1\Leftrightarrow x+3\neq 1\Leftrightarrow x\neq -2$

El dominio de la función es el conjunto de números reales que cumplen todas las condiciones anteriores, por tanto, $Dom(f)=[\Re\cap(-3,+\infty)]-\{-2\}=(-3,-2)\cup(-2,+\infty)$

p) $f(x)=5^{x-2}\rightarrow \text{Dominio}=Dom(y=x-2)=\Re$

q) $f(x)=5^{\sqrt{1-x}}\rightarrow \text{Dominio}=Dom(y=\sqrt{1-x})=\{x\in\Re/1-x\geq 0\}=\{x\in\Re/1\geq x\}=$
$=\{x\in\Re/x\leq 1\}=(-\infty,1]$

r) $f(x)=2^{\sqrt{x}-2}\rightarrow \text{Dominio}=Dom(y=\sqrt{x}-2)=Dom(y=\sqrt{x})=[0,+\infty)$

s) $f(x)=2^{\sqrt{x-2}}\rightarrow \text{Dominio}=Dom(y=\sqrt{x-2})=\{x\in\Re/x-2\geq 0\}=\{x\in\Re/x\geq 2\}=[2,+\infty)$

t) $f(x)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2-3x+1}\rightarrow \text{Dominio}=Dom(y=x^2-3x+1)=\Re$

u) $f(x)=(2x-5)^{9-x}$

- $2x-5>0\Rightarrow 2x>5\Rightarrow x>\dfrac{5}{2}\rightarrow x\in\left(\dfrac{5}{2},+\infty\right)$
- $y=9-x\rightarrow \text{Dominio}=\Re$

Por tanto, $Dom(f)=\left(\dfrac{5}{2},+\infty\right)\cap\Re=\left(\dfrac{5}{2},+\infty\right)$

v) $f(x)=(3x-5)^{\sqrt{4-x^2}}$

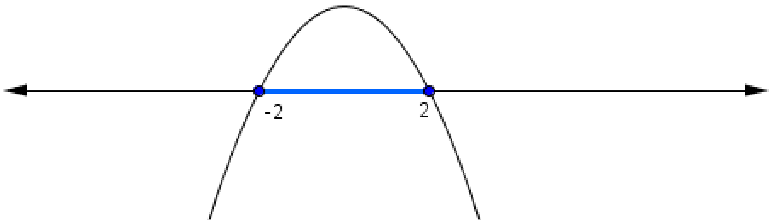
- $3x-5>0\Rightarrow 3x>5\Rightarrow x>\dfrac{5}{3}\rightarrow x\in\left(\dfrac{5}{3},+\infty\right)$

- $y=\sqrt{4-x^2} \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re / 4-x^2\geq 0\}=[-2,2]$

Tenemos que resolver la inecuación: $4-x^2\geq 0$

<u>Ceros</u>

$4-x^2=0 \Leftrightarrow x^2=4 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x=-2$ ò $x=2$



Por tanto, $Dom(f)=\left(\frac{5}{3},+\infty\right)\cap[-2,2]=\left(\frac{5}{3},2\right]$

w) $f(x)=\dfrac{e^x}{e^x+1}$

- $y=e^x \rightarrow \text{Dominio}=\Re$
- $y=e^x+1 \rightarrow \text{Dominio}=\Re$

$e^x+1=0 \Rightarrow e^x=-1 \Rightarrow$ no tiene solución ($e^x>0$ para cualquier valor de x)

Por tanto, $Dom(f)=\Re$

x) $f(x)=\dfrac{e^{\sqrt{x}}}{e^x-2}$

- $y=e^{\sqrt{x}} \rightarrow \text{Dominio}=[0,+\infty)$
- $y=e^x-2 \rightarrow \text{Dominio}=\Re$

$e^x-2=0 \Rightarrow e^x=2 \Rightarrow \ln e^x=\ln 2 \Rightarrow x=\ln 2$

Por tanto, $Dom(f)=\left([0,+\infty)\cap\Re\right)-\ln 2=[0,\ln 2)\cup(\ln 2,+\infty)$

y) $f(x)=\dfrac{2^x}{2^x-4}$

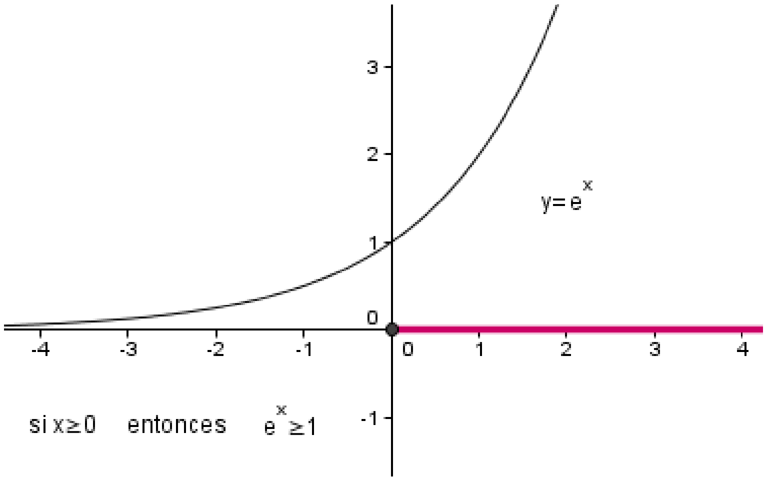
- $y=2^x \rightarrow \text{Dominio}=\Re$
- $y=2^x-4 \rightarrow \text{Dominio}=\Re$

$2^x-4\neq 0 \Leftrightarrow 2^x\neq 4 \Leftrightarrow x\neq 2$

Por tanto, $Dom(f)=\Re-\{2\}$

z) $f(x)=\sqrt{e^x-1}$ función radical con índice par $\rightarrow \text{Dominio}=\{x / e^x-1\geq 0\}=[0,+\infty)$

$e^x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow e^x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 0 \Leftrightarrow x \in [0,+\infty)$



aa) $f(x) = \sqrt[3]{e^x - 1}$ función radical con índice impar $\rightarrow$ Dominio $= Dom(y = e^x - 1) = \Re$

4. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 2 + |x-3| \rightarrow Dom(f) = \Re$

b) $f(x) = \sqrt[3]{\dfrac{x}{1-|x|}}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f) = Dom\left(y = \dfrac{x}{1-|x|}\right) = \Re - \{-1,1\}$

$$Dom\left(y = \frac{x}{1-|x|}\right) = \Re - \{x / 1-|x| = 0\} = \Re - \{-1,1\}$$

$$1-|x| = 0 \Leftrightarrow |x| = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

c) $f(x) = \left|\dfrac{2}{x-2}\right| \rightarrow Dom(f) = Dom\left(y = \dfrac{2}{x-2}\right) = \Re - \{2\}$

d) $f(x) = \dfrac{2}{|x|-2} \rightarrow Dom(f) = \Re - \{x / |x| - 2 = 0\} = \Re - \{-2,2\}$

$$|x| - 2 = 0 \Leftrightarrow |x| = 2 \Leftrightarrow x = \pm 2$$

e) $f(x) = \dfrac{1-x}{x^2 - |x|} \rightarrow Dom(f) = \Re - \{x / x^2 - |x| = 0\} = \Re - \{-1,0,1\}$

$$x^2 - |x| = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x = 0 & \text{si} \quad x < 0 \Rightarrow \cancel{x = 0} \quad \text{o} \quad x = -1 \\ x^2 - x = 0 & \text{si} \quad x \geq 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{o} \quad x = 1 \end{cases}$$

f) $f(x) = \dfrac{1-x}{|4x| - x^2} \rightarrow Dom(f) = \Re - \{x / |4x| - x^2 = 0\} = \Re - \{-4,0,4\}$

$$|4x| - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -4x - x^2 = 0 & \text{si} \quad 4x < 0 \\ 4x - x^2 = 0 & \text{si} \quad 4x \geq 0 \end{cases} = \begin{cases} -4x - x^2 = 0 & \text{si} \quad x < 0 \Rightarrow \cancel{x = 0} \quad \text{o} \quad x = -4 \\ 4x - x^2 = 0 & \text{si} \quad x \geq 0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{o} \quad x = 4 \end{cases}$$

g) $f(x)=\ln|x-1| \quad \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \Re / |x-1|>0\} = \Re - \{1\}$

h) $f(x)=\dfrac{1}{\ln|x-1|} \quad \rightarrow \text{Dominio} = \{x \in \Re / |x-1|>0\} - \{x / \ln|x-1|=0\} = \Re - \{1,0,2\}$

$|x-1|>0 \Leftrightarrow x \in \Re - \{1\}$

$\ln|x-1|=0 \Leftrightarrow |x-1|=1 \Leftrightarrow x=2 \quad \text{ò} \quad x=0$

i) $f(x)=\dfrac{1}{|\ln x-1|} \quad \rightarrow \text{Dominio} = Dom(y=\ln x-1) - \{x / |\ln x-1|=0\} = (0,+\infty)-\{e\} = (0,e)\cup(e,+\infty)$

$|\ln x-1|=0 \Leftrightarrow \ln x-1=0 \Leftrightarrow \ln x=1 \Leftrightarrow x=e$

j) $f(x)=|\ln x-1| \quad \rightarrow \text{Dominio} = Dom(y=\ln x-1) = (0,+\infty)$

k) $f(x)=sen(x+7) \quad \rightarrow \text{Dominio} = Dom(y=x+7) = \Re$

l) $f(x)=\cos\left(\dfrac{2+7x^3}{x^2+9}\right) \quad \rightarrow \text{Dominio} = Dom\left(y=\dfrac{2+7x^3}{x^2+9}\right) = \Re$

$x^2+9=0 \Leftrightarrow x^2=-9 \Rightarrow \text{no tiene solución real}$

m) $f(x)=\cos\left(\dfrac{2}{x^2-2}\right) \quad \rightarrow \text{Dominio} = Dom\left(y=\dfrac{2}{x^2-2}\right) = \Re - \{\pm\sqrt{2}\}$

$x^2-2=0 \Leftrightarrow x^2=2 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}$

n) $f(x)=\dfrac{2x-5}{senx} \quad \rightarrow Dom(f) = \Re - \{x / senx=0\} = \Re - \{k\pi;\ k \in \mathrm{Z}\}$

o) $f(x)=\cos\left(\dfrac{x}{x^3-x}\right) \quad \rightarrow \text{Dominio} = Dom\left(y=\dfrac{x}{x^3-x}\right) = \Re - \{x / x^3-x=0\} = \Re - \{-1,0,1\}$

$x^3-x=0 \Leftrightarrow x(x^2-1)=0 \Rightarrow x=0 \quad \text{ò} \quad x=\pm1$

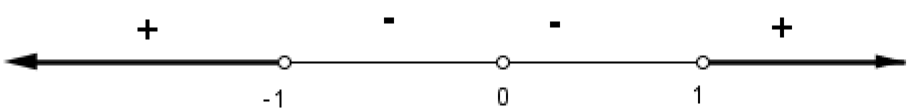
p) $f(x)=sen\sqrt{\dfrac{x}{x^3-x}} \quad \rightarrow \text{Dominio} = Dom\left(y=\sqrt{\dfrac{x}{x^3-x}}\right) = \left\{x \in \Re / \dfrac{x}{x^3-x} \geq 0\right\}$

<u>Ceros</u>

$x=0$

<u>Polos</u>

$x^3-x=0 \Leftrightarrow x(x^2-1)=0 \Rightarrow x=0 \quad \text{o} \quad x=\pm1$



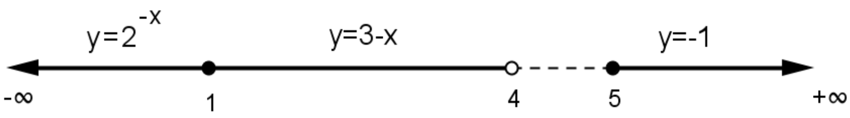
Por tanto, $Dom(f)=(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

5. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\begin{cases} 2^{-x} & si \quad x\le 1 \\ 3-x & si \quad 1<x<4 \\ -1 & si \quad x\ge 5 \end{cases}$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

- $y=2^{-x} \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow (-\infty,1]\in Dom(f)$
- $y=3-x \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow (1,4)\in Dom(f)$
- $y=x-1 \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow [5,+\infty)\in Dom(f)$

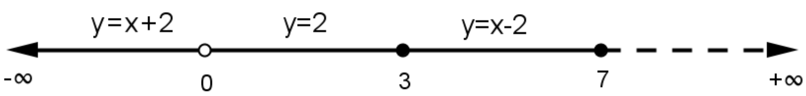


Por tanto, $Dom(f)=(-\infty,4)\cup[5,+\infty)$

b) $f(x)=\begin{cases} x+2 & si \quad x<0 \\ 2 & si \quad 0<x\le 3 \\ x-2 & si \quad 3<x\le 7 \end{cases}$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

- $y=x+2 \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow (-\infty,0)\in Dom(f)$
- $y=2 \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow (0,3]\in Dom(f)$
- $y=x-2 \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow (3,7]\in Dom(f)$

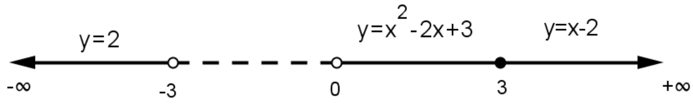


Uniendo los subintervalos anteriores tenenemos que, $Dom(f)=(-\infty,0)\cup(0,7]$

c) $f(x)=\begin{cases} 2 & si \quad x<-3 \\ x^2-2x+3 & si \quad 0<x<3 \\ x-2 & si \quad x\ge 3 \end{cases}$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

- $y=2 \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow (-\infty,-3)\in Dom(f)$
- $y=x^2-2x+3 \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow (0,3)\in Dom(f)$
- $y=x-2 \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow [3,+\infty)\in Dom(f)$

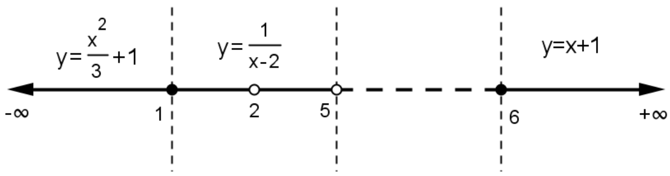


Uniendo los subintervalos anteriores tenenemos que, $Dom(f)=(-\infty,-3)\cup(0,+\infty)$

d) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2}{3}+1 & si \quad x\le 1\\ \dfrac{1}{x-2} & si \quad 1<x<5\\ x+1 & si \quad x\ge 6\end{cases}$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

- $y=\dfrac{x^2}{3}+1 \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow (-\infty,1]\in Dom(f)$
- $y=\dfrac{1}{x-2} \rightarrow \text{Dominio}=\Re-\{2\} \quad \Rightarrow (1,2)\cup(2,5)\in Dom(f)$
- $y=x+1 \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow [6,+\infty)\in Dom(f)$

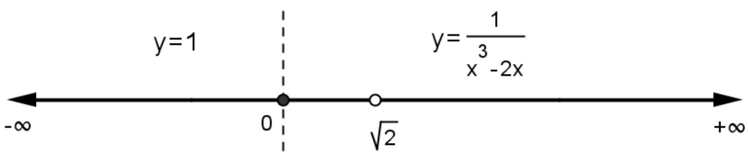


Por tanto, $Dom(f)=(-\infty,2)\cup(2,5)\cup[6,+\infty)$

e) $f(x)=\begin{cases}1 & si \quad x\le 0\\ \dfrac{1}{x^3-2x} & si \quad x>0\end{cases}$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

- $y=1 \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow (-\infty,0]\in Dom(f)$
- $y=\dfrac{1}{x^3-2x} \rightarrow \text{Dominio}=\Re-\{0,\sqrt{2},-\sqrt{2}\} \quad \Rightarrow (0,\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},+\infty)\in Dom(f)$

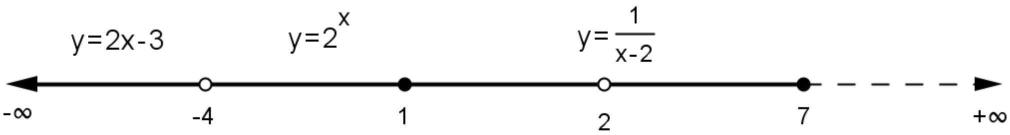


Uniendo los subintervalos anteriores tenenemos que, $Dom(f)=\Re-\{\sqrt{2}\}$

f) $f(x)=\begin{cases} 2x-3 & si \quad x<-4 \\ 2^x & si \quad -4<x\leq 1 \\ \dfrac{1}{x-2} & si \quad 1<x\leq 7 \end{cases}$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

- $y=2x-3 \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow (-\infty,-4)\in Dom(f)$
- $y=2^x \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow (-4,1]\in Dom(f)$
- $y=\dfrac{1}{x+2} \rightarrow \text{Dominio}=\Re-\{-2\} \quad \Rightarrow (1,2)\cup(2,7]\in Dom(f)$

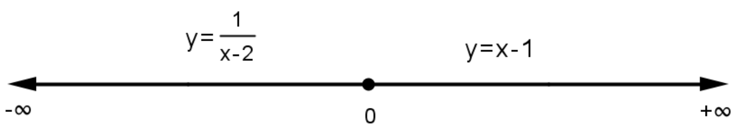


Uniendo los subintervalos anteriores tenenemos que, $Dom(f)=(-\infty,-4)\cup(-4,2)\cup(2,7]$

g) $f(x)=\begin{cases} x-1 & si \quad x>0 \\ \dfrac{1}{x-2} & si \quad x\leq 0 \end{cases}$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

- $y=x-1 \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow (0,+\infty)\in Dom(f)$
- $y=\dfrac{1}{x-2} \rightarrow \text{Dominio}=\Re-\{2\} \quad \Rightarrow (-\infty,0]\in Dom(f)$



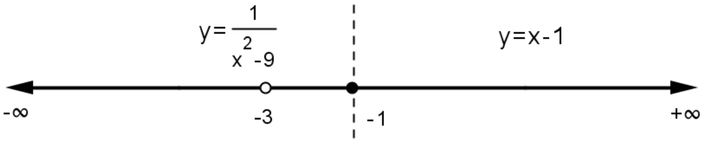
Por tanto, $Dom(f)=\Re$

h) $f(x)=\begin{cases} x-1 & si \quad x>-1 \\ \dfrac{1}{x^2-9} & si \quad x\leq -1 \end{cases}$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

- $y=x-1 \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow (-1,+\infty)\in Dom(f)$

- $y = \dfrac{1}{x^2 - 9} \rightarrow \text{Dominio} = \Re - \{-3,3\} \quad \Rightarrow (-\infty,-3) \cup (-3,-1] \in Dom(f)$

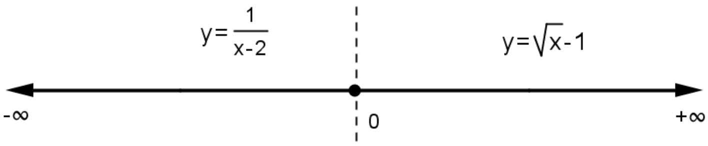


<u>Uniendo los subintervalos anteriores tenenemos que, $Dom(f) = \Re - \{-3\}$</u>

i) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} - 1 & si \quad x > 0 \\ \dfrac{1}{x-2} & si \quad x \leq 0 \end{cases}$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

- $y = \sqrt{x} - 1 \rightarrow \text{Dominio} = [0,+\infty) \quad \Rightarrow (0,+\infty) \in Dom(f)$
- $y = \dfrac{1}{x-2} \rightarrow \text{Dominio} = \Re - \{2\} \quad \Rightarrow (-\infty,0] \in Dom(f)$

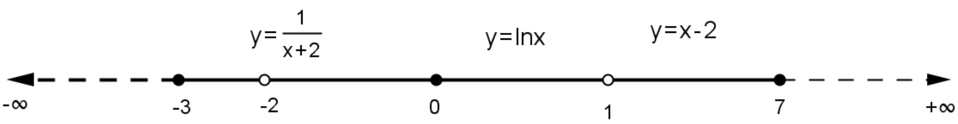


<u>Por tanto, $Dom(f) = \Re$</u>

j) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x+2} & si \quad -3 \leq x \leq 0 \\ \ln x & si \quad 0 < x < 1 \\ x - 2 & si \quad 1 < x \leq 7 \end{cases}$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

- $y = \dfrac{1}{x+2} \rightarrow \text{Dominio} = \Re - \{-2\} \quad \Rightarrow [-3,-2) \cup (-2,0] \in Dom(f)$
- $y = \ln(x) \rightarrow \text{Dominio} = (0,+\infty) \Rightarrow (0,1) \in Dom(f)$
- $y = x - 2 \rightarrow \text{Dominio} = \Re \Rightarrow (1,7) \in Dom(f)$



<u>Uniendo los subintervalos anteriores tenenemos que, $Dom(f) = [-3,-2) \cup (-2,1) \cup (1,7]$</u>

k) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x^2-2x} & si \quad x\le 1 \\ \dfrac{1}{\ln(x-1)} & si \quad 1<x<6 \\ x-2 & si \quad 6<x \end{cases}$

Primero estudiamos el dominio de cada una de las funciones parciales

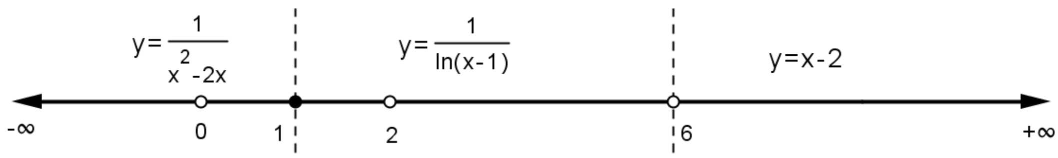
- $y=\dfrac{1}{x^2-2x} \rightarrow \text{Dominio}=\Re-\{x\in\Re \,/\, x^2-2x=0\}=\Re-\{0,2\} \quad \Rightarrow (-\infty,0)\cup(0,1]\in Dom(f)$

  $x^2-2x=0 \Leftrightarrow x\cdot(x-2)=0 \Leftrightarrow x=0 \quad$ ò $\quad x=2$

- $y=\dfrac{1}{\ln(x-1)} \rightarrow \text{Dominio}=\{x\in\Re \,/\, x-1>0\}-\{x \,/\, \ln(x-1)=0\}=(1,+\infty)-\{2\}=(1,2)\cup(2,+\infty)\Rightarrow$

  $\Rightarrow (1,2)\cup(2,6)\in Dom(f)$

- $y=x-2 \rightarrow \text{Dominio}=\Re \quad \Rightarrow (6,+\infty)\in Dom(f)$



<u>Uniendo los subintervalos anteriores tenenemos que, $Dom(f)=\Re-\{0,2,6\}$</u>

6. Dadas las siguientes funciones efectúa las operaciones que se indican, calculando en cada caso el dominio de la función resultante:

$$f(x)=\frac{1}{x^2-4}\rightarrow Dom(f)=\Re-\{-2,2\}$$

$$g(x)=x^2-6\ \rightarrow Dom(f)=\Re$$

$$h(x)=\frac{6x}{x^2-4}\ \rightarrow Dom(f)=\Re-\{-2,2\}$$

$$p(x)=\sqrt{x+1}\ \rightarrow Dom(f)=\{x\in\Re\,/\,x+1\geq 0\}=[-1,+\infty)$$

$$j(x)=\frac{x-1}{x+1}\ \rightarrow Dom(f)=\Re-\{-1\}$$

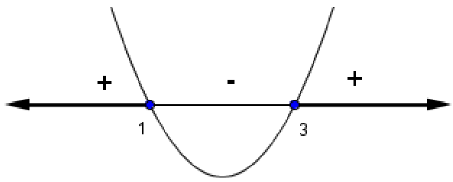
$$k(x)=\frac{x+2}{x^2-1}\ \rightarrow Dom(f)=\Re-\{-1,1\}$$

$$l(x)=\sqrt{x^2-4x+3}\rightarrow Dom(f)=\{x\in\Re\,/\,x^2-4x+3\geq 0\}=(-\infty,1]\cup[3,+\infty)$$

Tenemos que resolver la inecuación: $x^2-4x+3\geq 0$

Ceros

$$x^2-4x+3=0\Leftrightarrow x=1\ \text{ ò }\ x=3$$



$$m(x)=x-4\ \rightarrow Dom(f)=\Re$$

$$s(x)=\frac{3-x}{x-1}\ \rightarrow Dom(f)=\Re-\{1\}$$

$$r(x)=\frac{2x-1}{x+3}\ \rightarrow Dom(f)=\Re-\{-3\}$$

a) $(f+g)(x)=f(x)+g(x)=\dfrac{1}{x^2-4}+(x^2-6)=\dfrac{1+(x^2-4)(x^2-6)}{x^2-4}=\dfrac{1+x^4-6x^2-4x^2+24}{x^2-4}=$

$$=\frac{x^4-10x^2+25}{x^2-4}$$

- Por tanto, $(f+g)(x)=\dfrac{x^4-10x^2+25}{x^2-4}$
- $Dom(f+g)=Dom(f)\cap Dom(g)=(\Re-\{-2,2\})\cap\Re=\Re-\{-2,2\}$

b) $(j+k)(x)=j(x)+k(x)=\dfrac{x-1}{x+1}+\dfrac{x+2}{x^2-1}=\dfrac{x-1}{x+1}+\dfrac{x+2}{(x-1)(x+1)}=\dfrac{(x-1)^2+x+2}{(x-1)(x+1)}=\dfrac{x^2-2x+1+x+2}{x^2-1}=$

$$=\frac{x^2-x+3}{x^2-1}$$

- Por tanto, $(j+k)(x)=\dfrac{x^2-x+3}{x^2-1}$

- $Dom(j+k)=Dom(j)\cap Dom(k)=(\Re-\{-1\})\cap(\Re-\{-1,1\})=\Re-\{-1,1\}$

c) $(j-r)(x)=j(x)-r(x)=\dfrac{x-1}{x+1}-\dfrac{2x-1}{x+3}=\dfrac{(x-1)(x+3)-(x+1)(2x-1)}{(x+1)(x+3)}=\dfrac{x^2+3x-x-3-(2x^2-x+2x-1)}{(x+1)(x+3)}=$

$=\dfrac{-x^2+x-2}{(x+1)(x+3)}=\dfrac{-x^2+x-2}{x^2+4x+3}$

- Por tanto, $(j-r)(x)=\dfrac{-x^2+x-2}{x^2+4x+3}$
- $Dom(j-r)=Dom(j)\cap Dom(r)=(\Re-\{-1\})\cap(\Re-\{-3\})=\Re-\{-3,-1\}$

d) $(j-s)(x)=j(x)-s(x)=\dfrac{x-1}{x+1}-\dfrac{3-x}{x-1}=\dfrac{(x-1)^2-(x+1)(3-x)}{(x+1)(x-1)}=\dfrac{x^2-2x+1-3x+x^2-3+x}{x^2-1}=$

$=\dfrac{2x^2-4x-2}{x^2-1}$

- Por tanto, $(j-s)(x)=\dfrac{2x^2-4x-2}{x^2-1}$
- $Dom(j-s)=Dom(j)\cap Dom(s)=(\Re-\{-1\})\cap(\Re-\{1\})=\Re-\{-1,1\}$

e) $(h\cdot k)(x)=h(x)\cdot k(x)=\dfrac{6x}{x^2-4}\cdot\dfrac{x+2}{x^2-1}=\dfrac{6x\cdot(x+2)}{(x+2)\cdot(x-2)\cdot(x^2-1)}=\dfrac{6x}{(x-2)(x^2-1)}=\dfrac{6x}{x^3-2x^2-x+2}$

- Por tanto, $(h\cdot k)(x)=\dfrac{6x}{x^3-2x^2-x+2}$
- $Dom(h\cdot k)=Dom(h)\cap Dom(k)=(\Re-\{-2,2\})\cap(\Re-\{-1,1)=\Re-\{-2,-1,1,2\}$

f) $(j\cdot s)(x)=j(x)\cdot s(x)=\dfrac{x-1}{x+1}\cdot\dfrac{3-x}{x-1}=\dfrac{3-x}{x+1}$

- Por tanto, $(j\cdot s)(x)=\dfrac{3-x}{x+1}$
- $Dom(j\cdot s)=Dom(j)\cap Dom(s)=(\Re-\{-1\})\cap(\Re-\{1\})=\Re-\{-1,1\}$

g) $(k/s)(x)=\dfrac{k(x)}{s(x)}=\dfrac{x+2}{x^2-1}:\dfrac{3-x}{x-1}=\dfrac{(x+2)(x-1)}{(x-1)(x+1)(3-x)}=\dfrac{x+2}{(x+1)(3-x)}=\dfrac{x+2}{3x-x^2+3-x}=\dfrac{x+2}{-x^2+2x+3}$

- Por tanto, $(k/s)(x)=\dfrac{x+2}{-x^2+2x+3}$
- $Dom(k/s)=[Dom(k)\cap Dom(s)]-\{x/s(x)=0\}=[\Re-\{-1,1\}\cap\Re-\{1\}]-\{3\}=\Re-\{-1,1,3\}$

$Dom(k)=\Re-\{-1,1\}$

$Dom(s)=\Re-\{1\}$

$s(x)=0\Leftrightarrow\dfrac{3-x}{x-1}=0\Leftrightarrow x=3$

h) $(g/p)(x)=\dfrac{g(x)}{p(x)}=\dfrac{x^2-6}{\sqrt{x-1}}$

- Por tanto, $(g/p)(x)=\dfrac{x^2-6}{\sqrt{x-1}}$
- $Dom(g/p)=[Dom(g)\cap Dom(p)]-\{x/p(x)=0\}=[\Re\cap[1,+\infty)]-\{1\}=(1,+\infty)$

$Dom(g)=\Re$

$Dom(p)=[1,+\infty)$

$p(x)=0\Leftrightarrow\sqrt{x-1}=0\Leftrightarrow x=1$

i) $(g\circ m)(x)=g[m(x)]=g[x-4]=(x-4)^2-6=x^2-8x+10$

$Dom(g\circ m)=\{x\in Dom(m)/m(x)\in Dom(g)\}=\{x\in\Re/x-4\in\Re\}=\Re$

j) $(m\circ g)(x)=m[g(x)]=m[x^2-6]=(x^2-6)-4=x^2-10$

$Dom(m\circ g)=\{x\in Dom(g)/g(x)\in Dom(m)\}=\{x\in\Re/(x^2-6)\in\Re\}=\Re$

k) $(f\circ m)(x)=f[m(x)]=f[x-4]=\dfrac{1}{(x-4)^2-4}=\dfrac{1}{x^2-8x+12}$

$Dom(f\circ m)=\{x\in Dom(m)/m(x)\in Dom(f)\}=\{x\in\Re/x-4\in\Re-\{-2,2\}\}=\Re-\{2,6\}$

$x-4\neq-2\Leftrightarrow x\neq 2$

$x-4\neq 2\Leftrightarrow x\neq 6$

l) $(m\circ j)(x)=m[j(x)]=m\left[\dfrac{x-1}{x+1}\right]=\dfrac{x-1}{x+1}-4=\dfrac{x-1-4x-4}{x+1}=\dfrac{-3x-5}{x+1}$

$Dom(m\circ j)=\{x\in Dom(j)/j(x)\in Dom(m)\}=\{x\in\Re-\{-1\}/\dfrac{x-1}{x+1}\in\Re\}=\Re-\{-1\}$

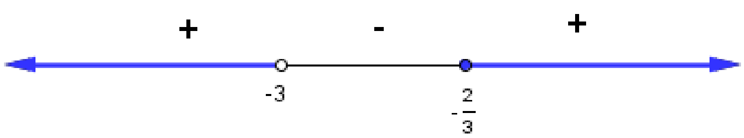
m) $(p\circ r)(x)=p[r(x)]=p\left[\dfrac{2x-1}{x+3}\right]=\sqrt{\dfrac{2x-1}{x+3}+1}=\sqrt{\dfrac{2x-1+x+3}{x+3}}=\sqrt{\dfrac{3x+2}{x+3}}$

$Dom(p\circ r)=\{x\in Dom(r)/r(x)\in Dom(p)\}=\{x\in\Re-\{-3\}/\dfrac{2x-1}{x+3}\in[-1,+\infty)\}=(-\infty,-3)\cup\left[-\dfrac{2}{3},+\infty\right)$

$\dfrac{2x-1}{x+3}\geq-1\Leftrightarrow\dfrac{2x-1}{x+3}+1\geq 0\Leftrightarrow\dfrac{3x+2}{x+3}\geq 0$

<u>Ceros</u> <u>Polos</u>

$3x+2=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{2}{3}$ $x+3=0\Leftrightarrow x=-3$



n) $(p\circ j)(x)=p[j(x)]=p\left[\dfrac{x-1}{x+1}\right]=\sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}+1}=\sqrt{\dfrac{x-1+x+1}{x+1}}=\sqrt{\dfrac{2x}{x+1}}$

$Dom(p\circ j)=\{x\in Dom(j)/\ j(x)\in Dom(p)\}=\{x\in \Re-\{-1\}/\dfrac{x-1}{x+1}\in[-1,+\infty)\}=(-\infty,-1)\cup[0,+\infty)$

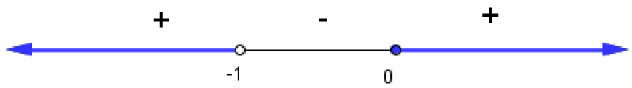
$\dfrac{x-1}{x+1}\geq -1 \Leftrightarrow \dfrac{x-1}{x+1}+1\geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{2x}{x+1}\geq 0$

<u>Ceros</u>

$2x=0\Rightarrow x=0$

<u>Polos</u>

$x+1=0\Leftrightarrow x=-1$



o) $(s\circ p)(x)=s[p(x)]=s[\sqrt{x+1}]=\dfrac{3-\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}-1}$

$Dom(s\circ p)=\{x\in Dom(p)/\ p(x)\in Dom(s)\}=\{x\in[-1,+\infty)/\sqrt{x+1}\in\Re-\{1\}\}=[-1,0)\cup(0,+\infty)$

$\sqrt{x+1}\neq 1\Leftrightarrow x+1\neq 1\Leftrightarrow x\neq 0$

p) $(r\circ s)(x)=r[s(x)]=r\left[\dfrac{3-x}{x-1}\right]=\dfrac{2\left(\dfrac{3-x}{x-1}\right)-1}{\dfrac{3-x}{x-1}+3}=\dfrac{\dfrac{6-2x}{x-1}-1}{\dfrac{3-x+3x-3}{x-1}}=\dfrac{\dfrac{6-2x-x+1}{x-1}}{\dfrac{2x}{x-1}}=\dfrac{-3x+7}{2x}$

$Dom(r\circ s)=\{x\in Dom(s)/s(x)\in Dom(r)\}=\{x\in\Re-\{1\}/\dfrac{3-x}{x-1}\in\Re-\{-3\}\}=\Re-\{-1,0\}$

$\dfrac{3-x}{x-1}\neq -3\Leftrightarrow 3-x\neq -3\cdot(x-1)\Leftrightarrow 3-x\neq -3x+3\Leftrightarrow 2x\neq 0\Leftrightarrow x\neq 0$

q) m^{-1}

- Primero comprobaremos si $m(x)=x-4$ es inyectiva, es decir, [si $m(a)=m(b)\Rightarrow a=b$]

  $m(a)=m(b)\Rightarrow a-4=b-4\Rightarrow a=b$

  Por tanto, $m(x)$ es inyectiva y existe $m^{-1}(x)$

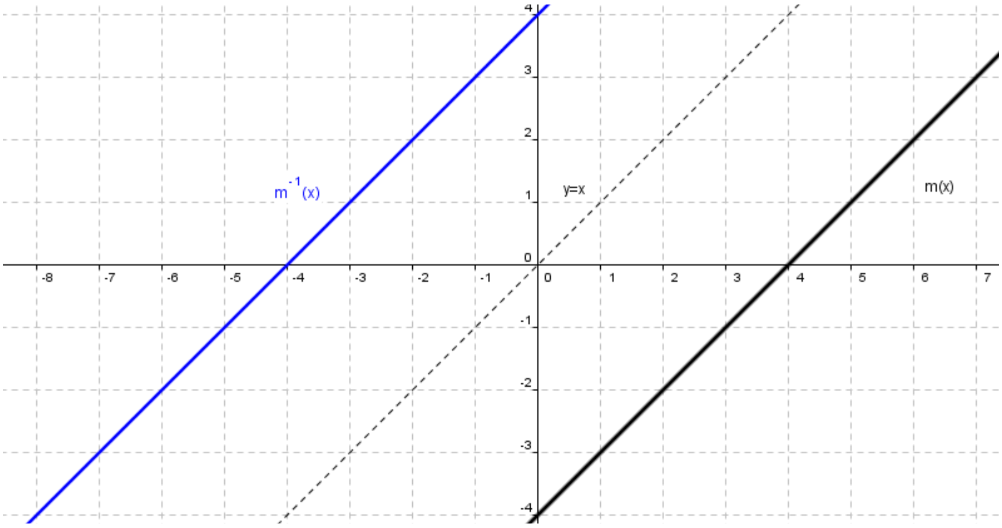
- Ahora calculamos $m^{-1}(x)$

  1) $m(x)=x-4\Rightarrow y=x-4$
  2) $x=y-4$
  3) $y=x+4$
  4) $m^{-1}(x)=x+4$

- <u>COMPROBACIÓN</u>

$$(m \circ m^{-1})(x) = m[m^{-1}(x)] = (x+4) - 4 = x$$
$$(m^{-1} \circ m)(x) = m^{-1}[m(x)] = (x-4) + 4 = x$$

Las gráficas de una función y su inversa son simétricas respecto a la recta $y = x$ (bisectriz del primer y tercer cuadrantes)



$Dom(m) = \Re$ $\quad$ $\mathrm{Re}\,c(m) = \Re$

$Dom(m^{-1}) = \Re$ $\quad$ $\mathrm{Re}\,c(m^{-1}) = \Re$

r) j^{-1}

- Primero comprobaremos si $j(x) = \dfrac{x-1}{x+1}$ es inyectiva, es decir, [si $j(a) = j(b) \Rightarrow a = b$]

$$j(a) = j(b) \Rightarrow \frac{a-1}{a+1} = \frac{b-1}{b+1} \Rightarrow (a-1)\cdot(b+1) = (a+1)\cdot(b-1) \Rightarrow a\cdot b + a - b - 1 = a\cdot b - a + b - 1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 2a = 2b \Rightarrow a = b$$

Por tanto, $j(x)$ es inyectiva y existe $j^{-1}(x)$

- Ahora calculamos $j^{-1}(x)$

1) $j(x) = \dfrac{x-1}{x+1} \Rightarrow y = \dfrac{x-1}{x+1}$

2) $x = \dfrac{y-1}{y+1}$

3) $x\cdot(y+1) = y - 1 \Rightarrow xy + x = y - 1 \Rightarrow x + 1 = y - xy \Rightarrow x + 1 = y\cdot(1-x) \Rightarrow y = \dfrac{x+1}{1-x}$

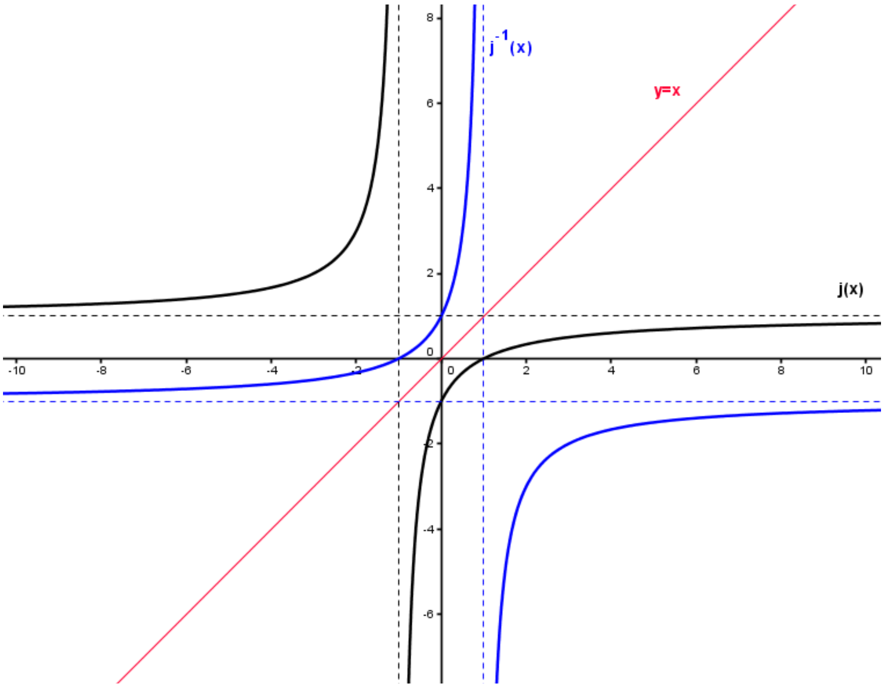
4) $j^{-1}(x) = \dfrac{x+1}{1-x}$

- <u>COMPROBACIÓN</u>

$$(j \circ j^{-1})(x) = j[j^{-1}(x)] = j\left[\frac{x+1}{1-x}\right] = \frac{\frac{x+1}{1-x}-1}{\frac{x+1}{1-x}+1} = \frac{\frac{x+1-1+x}{1-x}}{\frac{x+1+1-x}{1-x}} = \frac{2x}{2} = x$$

$$(j^{-1} \circ j)(x) = j^{-1}[j(x)] = j^{-1}\left[\frac{x-1}{x+1}\right] = \frac{\frac{x-1}{x+1}+1}{1-\frac{x-1}{x+1}} = \frac{\frac{x-1+x+1}{x+1}}{\frac{x+1-x+1}{x+1}} = \frac{2x}{2} = x$$

Las gráficas de una función y su inversa son simétricas respecto a la recta $y = x$ (bisectriz del primer y tercer cuadrantes)



$Dom(j) = \Re - \{-1\}$ $\quad$ $\operatorname{Re}c(j) = \Re - \{1\}$

$Dom(j^{-1}) = \Re - \{1\}$ $\quad$ $\operatorname{Re}c(j^{-1}) = \Re - \{-1\}$

s) r^{-1}

- Primero comprobaremos si $r(x) = \dfrac{2x-1}{x+3}$ es inyectiva, es decir, [si $r(a) = r(b) \Rightarrow a = b$]

$$r(a) = r(b) \Rightarrow \frac{2a-1}{a+3} = \frac{2b-1}{b+3} \Rightarrow (2a-1)\cdot(b+3) = (a+3)\cdot(2b-1) \Rightarrow 2ab+6a-b-3 = 2ab-a+6b-3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7a = 7b \Rightarrow a = b$$

Por tanto, $r(x)$ es inyectiva y existe $r^{-1}(x)$

- Ahora calculamos $r^{-1}(x)$

1) $r(x)=\dfrac{2x-1}{x+3}\Rightarrow y=\dfrac{2x-1}{x+3}$

2) $x=\dfrac{2y-1}{y+3}$

3) $x\cdot(y+3)=2y-1\Rightarrow xy+3x=2y-1\Rightarrow 3x+1=2y-xy\Rightarrow 3x+1=y\cdot(2-x)\Rightarrow y=\dfrac{3x+1}{2-x}$

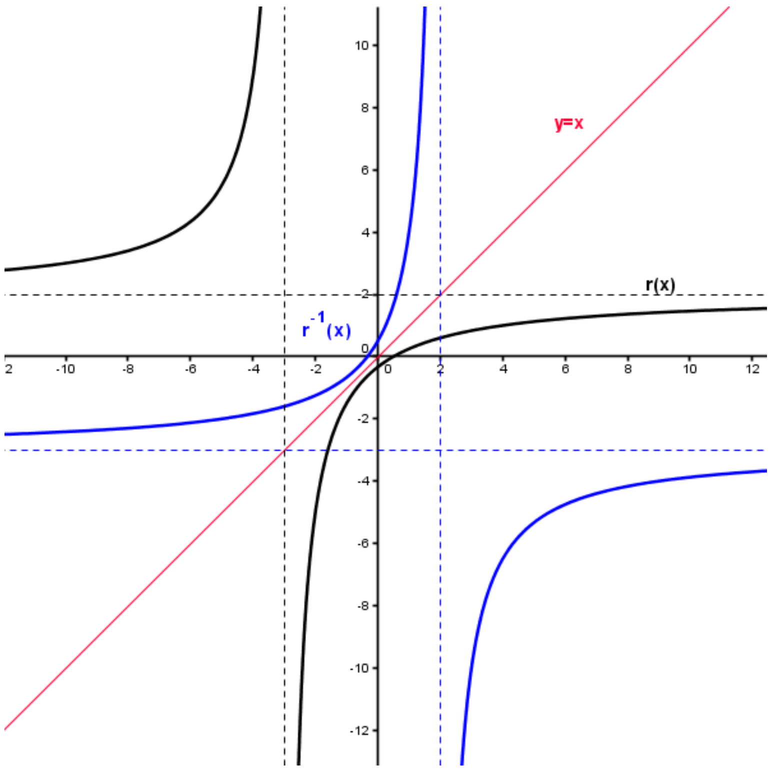
4) $r^{-1}(x)=\dfrac{3x+1}{2-x}$

- <u>COMPROBACIÓN</u>

$$(r\circ r^{-1})(x)=r[r^{-1}(x)]=r\left[\frac{3x+1}{2-x}\right]=\frac{2\cdot\left(\frac{3x+1}{2-x}\right)-1}{\frac{3x+1}{2-x}+3}=\frac{\frac{6x+2}{2-x}-1}{\frac{3x+1+6-3x}{2-x}}=\frac{6x+2-2+x}{7}=\frac{7x}{7}=x$$

$$(r^{-1}\circ r)(x)=r^{-1}[r(x)]=r^{-1}\left[\frac{2x-1}{x+3}\right]=\frac{3\cdot\left(\frac{2x-1}{x+3}\right)+1}{2-\frac{2x-1}{x+3}}=\frac{\frac{6x-3}{x+3}+1}{\frac{2x+6-2x+1}{x+1}}=\frac{6x-3+x+3}{7}=\frac{7x}{7}=x$$

Las gráficas de una función y su inversa son simétricas respecto a la recta $y=x$ (bisectriz del primer y tercer cuadrantes)



$Dom(r)=\Re-\{-3\}$ $\quad$ $\operatorname{Re}c(r)=\Re-\{2\}$

$Dom(r^{-1})=\Re-\{2\}$ $\quad$ $\operatorname{Re}c(r^{-1})=\Re-\{-3\}$

t) s^{-1}

- Primero comprobaremos si $s(x)=\dfrac{3-x}{x-1}$ es inyectiva, es decir, [si $s(a)=s(b)\Rightarrow a=b$]

$$s(a)=s(b)\Rightarrow \frac{3-a}{a-1}=\frac{3-b}{b-1}\Rightarrow (3-a)\cdot(b-1)=(a-1)\cdot(3-b)\Rightarrow 3b-3-ab+a=3a-ab-3+b\Rightarrow$$
$$\Rightarrow -2a=-2b\Rightarrow a=b$$

Por tanto, $s(x)$ es inyectiva y existe $s^{-1}(x)$

- Ahora calculamos $r^{-1}(x)$

1) $s(x)=\dfrac{3-x}{x-1}\Rightarrow y=\dfrac{3-x}{x-1}$

2) $x=\dfrac{3-y}{y-1}$

3) $x\cdot(y-1)=3-y\Rightarrow xy-x=3-y\Rightarrow xy+y=3+x\Rightarrow y\cdot(x+1)=3+x\Rightarrow y=\dfrac{3+x}{x+1}$

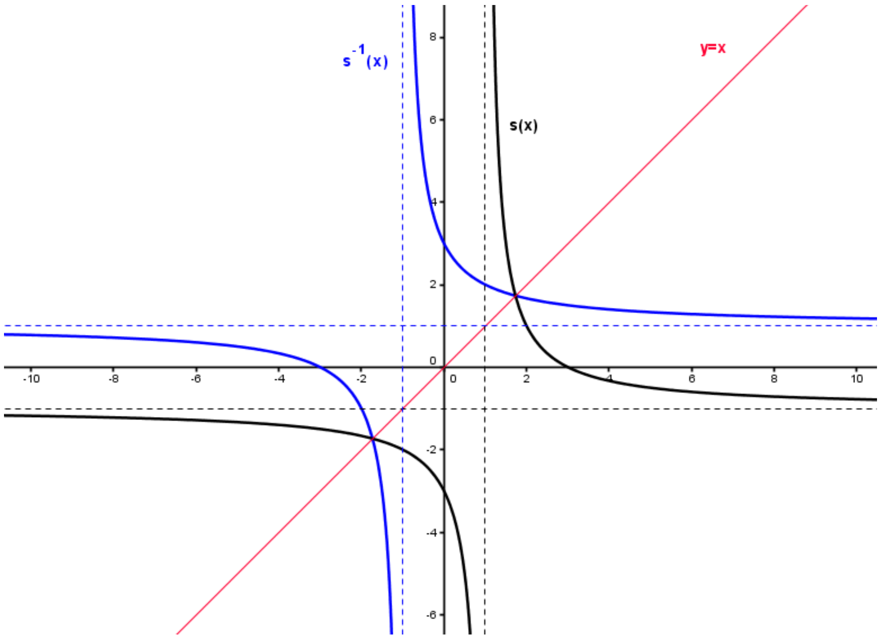
4) $s^{-1}(x)=\dfrac{3+x}{x+1}$

- <u>COMPROBACIÓN</u>

$$(s\circ s^{-1})(x)=s[s^{-1}(x)]=s\left[\frac{3+x}{x+1}\right]=\frac{3-\dfrac{3+x}{x+1}}{\dfrac{3+x}{x+1}-1}=\frac{\dfrac{3x+3-3-x}{x+1}}{\dfrac{3+x-x-1}{x+1}}=\frac{2x}{2}=x$$

$$(s^{-1}\circ s)(x)=s^{-1}[s(x)]=s^{-1}\left[\frac{3-x}{x-1}\right]=\frac{3+\dfrac{3-x}{x-1}}{\dfrac{3-x}{x-1}+1}=\frac{\dfrac{3x-3+3-x}{x-1}}{\dfrac{3-x+x-1}{x-1}}==\frac{2x}{2}=x$$

Las gráficas de una función y su inversa son simétricas respecto a la recta $y=x$ (bisectriz del primer y tercer cuadrantes)



$Dom(s) = \Re - \{1\}$ $\qquad$ $\operatorname{Re}c(s) = \Re - \{-1\}$

$Dom(s^{-1}) = \Re - \{-1\}$ $\qquad$ $\operatorname{Re}c(s^{-1}) = \Re - \{1\}$

u) p^{-1}

- Primero comprobaremos que $p(x) = \sqrt{x+1}$ es inyectiva, es decir, [si $p(a) = p(b) \Rightarrow a = b$]

  $p(a) = p(b) \Rightarrow \sqrt{a+1} = \sqrt{b+1} \Rightarrow a+1 = b+1 \Rightarrow a = b$

  Por tanto, $p(x)$ es inyectiva y existe $p^{-1}(x)$

- Ahora calculamos $p^{-1}(x)$

  1) $p(x) = \sqrt{x+1} \Rightarrow y = \sqrt{x+1}$

  2) $x = \sqrt{y+1} \Rightarrow x^2 = y+1$

  3) $y = x^2 + 1$

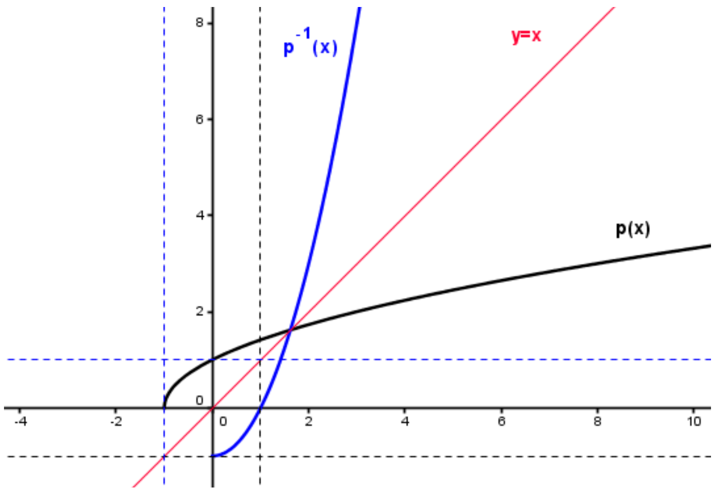
  4) $p^{-1}(x) = x^2 - 1$ con $x \in [0,+\infty)$

- <u>COMPROBACIÓN</u>

  $(p \circ p^{-1})(x) = p[p^{-1}(x)] = \sqrt{x^2 - 1 + 1} = x$

  $(p^{-1} \circ p)(x) = p^{-1}[p(x)] = (\sqrt{x+1})^2 - 1 = x$

  Las gráficas de una función y su inversa son simétricas respecto a la recta $y = x$ (bisectriz del primer y tercer cuadrantes)



$Dom(p) = [-1,+\infty)$ $\qquad$ $\operatorname{Re}c(p) = [0,+\infty)$

$Dom(p^{-1}) = [0,+\infty)$ $\qquad$ $\operatorname{Re}c(p^{-1}) = [-1,+\infty)$

v) g^{-1}

- Primero comprobaremos si $g(x) = x^2 - 6$ es inyectiva, es decir, [si $g(a) = g(b) \Rightarrow a = b$]

$$g(a) = g(b) \Rightarrow a^2 - 6 = b^2 - 6 \Rightarrow a^2 = b^2 \Rightarrow a = \pm b$$

Por tanto, $g(x)$ NO es inyectiva

En consecuencia no existe la función $g^{-1}(x)$ (aunque existe la correspondencia inversa $g^{-1}(x)$ no es una función).

- Lo que haremos será restringuir el dominio de $g(x)$ a un conjunto en el que sí sea una función inyectiva y, por tanto, sí exista la función $g^{-1}(x)$.

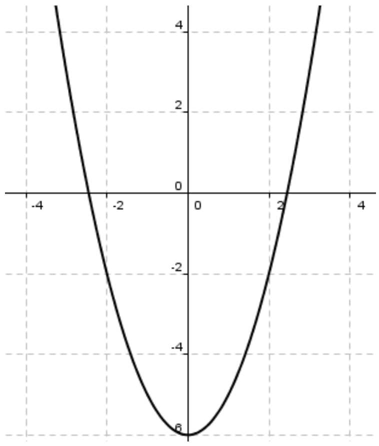
$g(x) = x^2 - 6$

1) $a = 1 > 0 \Rightarrow \cup$

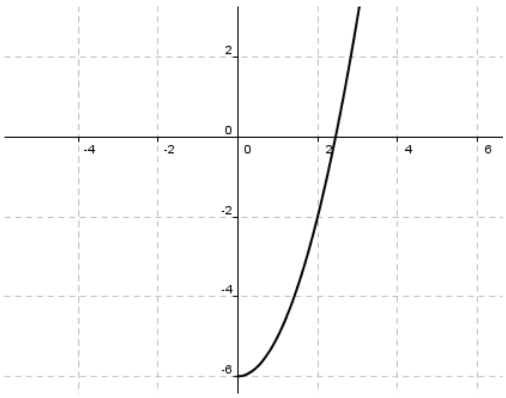
2) Vértice $(0,-6)$

3) Tabla de valores

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	3	-2	-5	-6	-5	-2	3



Restringuimos $g(x) = x^2 - 6$ al conjunto $[0,+\infty)$



- Ahora calculamos $g^{-1}(x)$

1) $g(x) = x^2 - 6 \Rightarrow y = x^2 - 6$

2) $x = y^2 - 6 \Rightarrow y^2 = x + 6$

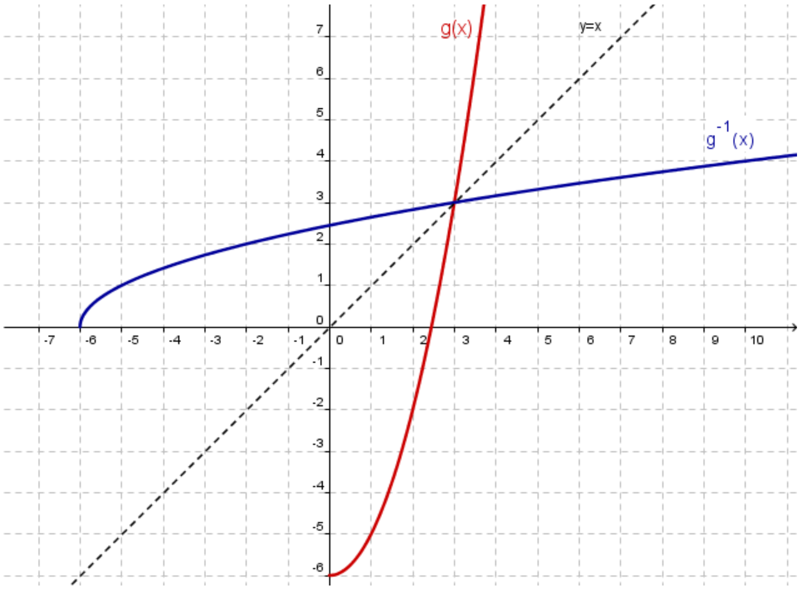
3) $y = \sqrt{x+6}$

4) $g^{-1}(x) = \sqrt{x+6}$ con $x \in [-6,+\infty)$

- <u>COMPROBACIÓN</u>

$$(g \circ g^{-1})(x) = g[g^{-1}(x)] = (\sqrt{x+6})^2 - 6 = x$$
$$(g^{-1} \circ g)(x) = g^{-1}[g(x)] = \sqrt{x^2 - 6 + 6} = x$$

Las gráficas de una función y su inversa son simétricas respecto a la recta $y = x$ (bisectriz del primer y tercer cuadrantes)



$Dom(g) = [0, +\infty)$ $\mathrm{Re}c(g) = [-6, +\infty)$

$Dom(g^{-1}) = [-6, +\infty)$ $\mathrm{Re}c(g^{-1}) = [0, +\infty)$