

EJERCICIOS TEMA 1

1. Expresa como fracción, opera y simplifica:

a. $0,1\widehat{2}-5,6\widehat{-}0,2\widehat{3}+3,1$

sol: $-2,6\widehat{78}$

b. $4,0\widehat{9}\cdot 1,3\widehat{9}$

sol: $5,74$

c. $\sqrt{1,7\widehat{-}}-\sqrt{\frac{1,3\widehat{-}}{3}}$

sol: $0,6\widehat{-}$

2. Efectúa las siguientes operaciones y simplifica:

a. $(\frac{3}{2}-\frac{3}{4})^{-2}\cdot(\frac{1}{3}-\frac{7}{9})^{-1}+4$ b. $\frac{3^{-2}-5^{-2}}{3^{-1}-5^{-1}}$ c. $(\frac{3}{8}-(-2)^{-3})^3$ d. $(\frac{3}{5}-\frac{3}{2})^{-2}$ e. $(\frac{1}{2}+\frac{57}{6})^3+(-0,01)^{-2}+10^4$

f. $((((1+\frac{1}{2})^2-\frac{5}{4})^2+1)^3-7)^5$

sol: $0, 8/15, 1/8, 49/2.025, 21.000, 1.$

3. Simplifica utilizando potencias de base irreducible:

a. $\frac{3^6\cdot 2^5\cdot 5^2}{9^3\cdot 4^3\cdot 5}$ b. $\frac{15^2\cdot 8^{-1}}{6^3\cdot 10^2}$ c. $\frac{(-5)^3\cdot(-8)^3\cdot(-9)^2}{15^2\cdot 20^4}$ d. $(-\frac{1}{2})^4\cdot(\frac{2}{9})^{-1}\cdot\frac{1}{8}$ e. $\frac{(4\cdot 3^2\cdot 6^{-2})^2\cdot(2^3\cdot 3^4)^{-1}}{(2^6\cdot 3^7)^{-3}\cdot(6^4)^3}$

sol: $5/2, 1/256, 18/125, 9/256, 2^3\cdot 3^5 .$

4. Simplifica al máximo las siguientes potencias y radicales:

a. $(0,125)^{1/3}$ b. $(0,25)^{-1/2}$ c. $\sqrt[6]{0,027}$ d. $\sqrt[8]{0,0016}$ e. $\sqrt{1000}$ f. $\sqrt[4]{\frac{81}{64}}$

sol: $1/2, 2, \sqrt{\frac{3}{10}}, \sqrt{\frac{1}{5}}, 10\cdot\sqrt{10}, 3\cdot\sqrt{2}/4 .$

5. Efectúa y simplifica cuando sea posible:

a. $4\cdot\sqrt{27}\cdot 5\cdot\sqrt{6}$ b. $2\cdot\sqrt{\frac{4}{3}}\cdot\sqrt{\frac{27}{8}}$ c. $(\sqrt[3]{12})^2$ d. $(\sqrt[6]{32})^3$ e. $(\frac{\sqrt[6]{32}}{\sqrt{8}})^3$ f. $\sqrt[3]{2\cdot\sqrt{3}}:\sqrt[3]{4}$

sol: $180\cdot\sqrt{2}, 3\cdot\sqrt{2}, 2\cdot\sqrt[3]{18}, 4\cdot\sqrt{2}, 1/4, \sqrt[6]{3} .$

6. Efectúa y simplifica cuando sea posible:

a. $\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{4}$ b. $\sqrt[3]{0,04}\cdot\sqrt{0,2}$ c. $(\sqrt{2})^3\cdot\sqrt[3]{2}$ d. $\sqrt[4]{4}\cdot\sqrt[6]{8}\cdot\sqrt[8]{81}$ e. $\sqrt[5]{5}\cdot\sqrt[3]{2}$

sol: $\sqrt[6]{432}, \frac{1}{5\cdot\sqrt[6]{5}}, \sqrt[6]{\frac{4}{27}}, 2\cdot\sqrt{3}, \sqrt[15]{4.000}$

7. Efectúa y simplifica cuando sea posible:

a. $5 \cdot \sqrt{125} + 6 \cdot \sqrt{45} - 7 \cdot \sqrt{20} + \frac{3}{2} \cdot \sqrt{80}$ b. $\sqrt{125} + \sqrt{54} - \sqrt{45} - \sqrt{24}$ c. $\sqrt[3]{16} + 2 \cdot \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{54} - \frac{21}{5} \cdot \sqrt[3]{250}$

d. $\sqrt{\frac{2}{5}} - 4 \cdot \sqrt{\frac{18}{125}} + \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{8}{45}}$ e. $(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{6} - 1)$ f. $(\sqrt{6} + \sqrt{5}) \cdot 2 \cdot \sqrt{2}$ g. $(2 \cdot \sqrt{5} - 3 \cdot \sqrt{2})^2$

h. $(\sqrt{2} + 1) \cdot (\sqrt{2} - 1) \cdot \sqrt{3}$ i. $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$

sol: $35 \cdot \sqrt{5}$, $2 \cdot \sqrt{5} + \sqrt{6}$, $-20 \cdot \sqrt[3]{2}$, $-\frac{53}{45} \cdot \sqrt{\frac{2}{5}}$, $\sqrt{3} + 2 \cdot \sqrt{2}$, $4 \cdot \sqrt{3} + 2 \cdot \sqrt{10}$, $38 - 12 \cdot \sqrt{10}$, $\sqrt{3}$, $4 \cdot \sqrt{6}$

8. Racionaliza y simplifica:

a. $\frac{2 - \sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{3}}$ b. $\frac{1 - \sqrt{5}}{1 + 2 \cdot \sqrt{5}}$ c. $\frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ d. $\frac{7}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3}}$ e. $\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} - 1} + \frac{1}{\sqrt{3} + 1}$

sol: $\frac{2 \cdot \sqrt{3} - \sqrt{6}}{6}$, $\frac{-11 + 3 \cdot \sqrt{5}}{19}$, $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$, $\frac{7 \cdot \sqrt[6]{432}}{6}$, $\frac{4 \cdot \sqrt{3}}{3}$

9. Efectúa y expresa el resultado en notación científica (redondea a dos cifras decimales):

a. $\frac{(3,12 \cdot 10^{-5} + 7,03 \cdot 10^{-4}) \cdot 8,3 \cdot 10^8}{4,32 \cdot 10^3}$ b. $\frac{5,431 \cdot 10^3 - 6,51 \cdot 10^4 + 385 \cdot 10^2}{8,2 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-4}}$ c. $\frac{2 \cdot 10^{-7} - 3 \cdot 10^{-5}}{4 \cdot 10^6 + 10^5}$

sol: $1,41 \cdot 10^2$, $-2,65 \cdot 10^6$, $-7,27 \cdot 10^{-12}$

10. Expresa en notación científica y calcula: $\frac{60.000^3 \cdot 0,00002^4}{100^2 \cdot 72.000.000 \cdot 0,0002^5}$ **sol:** $1,5 \cdot 10^2$

11. La masa de la Tierra es $5,98 \cdot 10^{24}$ kg, y la del Sol, $1,98 \cdot 10^{30}$ kg. ¿Cuántas veces es mayor la masa del Sol que la de la Tierra?

Sol: 331 103,68 veces

12. Escribe en forma de intervalos los números que verifican las siguientes desigualdades:

a. $x < 2$ y $x \geq 4$ b. $x > 0$ y $x < 3$ c. $x < -2$ y $x \geq 0$ d. $x < 3$ y $x < -1$ e. $x < 0$ o $x > 2$
f. $|x| < 2$ g. $|x| > 3$ h. $|x| \geq -1$ i. $|x - 1| \leq 5$ j. $|x + 3| > 4$ k. $|x + 2| \leq 3$

Sol: no existe, (0,3), no existe, $(-\infty, -1)$, $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$, $(-2, 2)$, $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$, $(-\infty, +\infty) = R$, $[-4, 6]$, $(-\infty, -7) \cup (1, +\infty)$, $[-5, 1]$

13. Efectúa sin calculadora:

a. $\log_5 \frac{1}{625}$ b. $\log_2 2.048$ c. $\log_{1/3} \sqrt{3}$ d. $\log_{\sqrt{2}} 0,125$ e. $\log_{13} \sqrt[5]{2197}$ f. $\log_{\sqrt{3}} 729$ h. $\log_2 0,0625$

Sol: -4, 11, -1/2, -6, 3/5, 12, -4.

14. Calcula, sin calculadora, el valor de x en las siguientes expresiones:

a. $\log_x 1.024 = 5$ b. $\log_x \frac{1}{2187} = 7$ c. $\log_{2/5} x = -1$ d. $\log_{\sqrt{2}} x = \frac{2}{3}$ e. $\log_x \frac{1}{27} = -3$ f. $\log_{1/2} 128 = x$
g. $\log_5 x = \frac{6}{5}$ h. $\log_x 4 = \frac{1}{8}$ i. $\log_x 4,9 = 0,16$ j. $\log_{\sqrt{3}} x = 6,5$ k. $\log_{x+1} 25 = 2$ l. $\log_2 32^x = 0,1$

sol: 4, 1/3, 5/2, $\sqrt[3]{2}$, 3, -7, $\sqrt[5]{5^6}$, 2^{16} , $4,9^{25/4}$, $\sqrt[4]{3^{13}}$, 4, 1/50.

15. Sabiendo que $\log 2 \approx 0,3$, calcula el valor de los siguientes logaritmos sin calculadora:

a. $\log 20$ b. $\log 50$ c. $\log 800$ d. $\log \sqrt{2}$

Sol: 1'3, 1'7, 2'9, 0,15.

16. Sabiendo que $\log 3 \approx 0,48$, calcula el valor de los siguientes logaritmos sin calculadora:

a. $\log 300$ b. $\log 0,003$ c. $\log 0,3^{\hat{}}$ d. $\log \sqrt[3]{9}$ e. $\log \frac{100}{27}$

Sol: 2'48, -2'52, -0,48, 0,32, 0,56.

17. Halla el error absoluto y relativo que se comete al redondear con dos cifras decimales los siguientes números:

a. $23/11$ b. $\sqrt{7}$ c. e

**Sol: a. Error absoluto: 0,00091 Error relativo: 0,00043
b. Error absoluto: 0,0042 Error relativo: 0,0016
c. Error absoluto: 0,0017 Error relativo: 0,00063**

18. Si tomamos como valor de π al dado por Arquímedes de $22/7$, ¿qué error absoluto y relativo estamos cometiendo?

Sol: Error absoluto: 0,0013 Error relativo: 0,0004

19. En informática $1 \text{ Kb} = 2^{10}$ bytes, si se toma por aproximación $1 \text{ Kb} = 1.000$ bytes, ¿qué error absoluto y relativo estamos cometiendo?

Sol: Error absoluto: 24 Error relativo: 0,023

20. Si para hallar la longitud del Ecuador se toma 6400 km como radio de la Tierra y 3,14 como valor de π , ¿qué error relativo estamos cometiendo, sabiendo que mide 40000 km?

Sol: Error absoluto: 192 km Error relativo: 0,0048