

PREPARANDO LO BÁSICO - TEMA 3

Vamos a tratar de preparar lo básico de este tema. Propondré la visualización de unos vídeos y la realización de unos ejercicios. Al final están las soluciones (*no las mires hasta que hayas acabado el ejercicio*), pero si no entendieras algo siempre puedes preguntar en clase. Ánimo y a trabajar.

1. Razones trigonométricas

Los siguientes vídeos tratan de lo básico sobre razones trigonométricas, es decir, sobre su signo, las razones de un ángulo agudo, de como calcular todas conocida una, reducción a ángulos del primer cuadrante, ...



Razones trigonométricas ángulo agudo



Signo razones trigonométricas



Reducción primer cuadrante

CALCULO DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS



Conocido el seno



Conocida la secante



Conocida la tangente

De forma similar se actúa si se conoce el coseno (similar al seno), la cosecante (similar a la secante) o la cotangente (similar a la tangente).

Una vez visto los vídeos podemos ponernos a hacer ejercicios.

Sólo vemos algunas, pero nos dan una idea de lo que tenemos que hacer en todos los casos. Vamos a hacer los ejercicios.

- a) Calcula el $\text{sen } 60^\circ$ utilizando las razones trigonométricas de 30° . ¿Qué relación existe entre los dos ángulos?
- b) Si $\cos \alpha = 0'8$, calcula $\cos 2\alpha$.
- c) Si $\text{sen } \alpha = 0'25$, calcula $\text{sen}(\alpha + 30^\circ)$.
- d) Si $\cos \alpha = 0'95$, calcula $\cos(\alpha + 45^\circ)$

Puedes hacer también los ejercicios del libro números 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 65, 66, 67, 68, 69, 70 y 71 (De estos comprueba las soluciones en el aula virtual).

3. Ecuaciones trigonométricas

De esto no tengo ningún vídeo, pues puede haber muchos tipos distintos. En esta parte básica vamos a tratar de ver el valor cuando está prácticamente despejada. Veamos un ejemplo:

$$\text{sen } x = -\frac{3}{4}$$

Si nos fijamos, el seno es negativo en dos cuadrantes, el tercero y el cuarto. Busco una calculadora y averiguo que ángulo del primer cuadrante tiene $\text{sen } x = \frac{3}{4}$. El resultado es $48^\circ 35' 25''$.

Se trata ahora de encontrar los correspondientes en el tercer y cuarto cuadrante. Según vimos antes:

- En el tercer cuadrante tendríamos $48^\circ 35' 25'' + 180^\circ = 228^\circ 35' 25''$.
- En el cuarto cuadrante tendríamos $360^\circ - 48^\circ 35' 25'' = 311^\circ 24' 35''$

Si a cada uno de estos valores le sumamos vueltas enteras de circunferencia ($k \cdot 360^\circ$) nos dará una nueva solución. Por tanto tendríamos

- $\alpha_1 = 228^\circ 35' 25'' + k \cdot 360^\circ$
- $\alpha_2 = 311^\circ 24' 35'' + k \cdot 360^\circ$

En algunas otras tendremos que manejar algunas de las fórmulas ya conocidas o vistas en este tema, así como algún cambio que nos facilite la resolución de la ecuación. Se pueden complicar todo lo que queramos.

Veamos un último ejemplo antes de pasar a los ejercicios.

$$\text{sen}^2 x = \text{sen } x$$

Aquí podemos observar que si hacemos el cambio $u = \text{sen } x$ nos va a quedar una ecuación de segundo grado que podremos resolver.

$$u^2 = u \implies u^2 - u = 0 \implies u(u - 1) = 0 \implies \begin{cases} u = 0 \\ u = 1 \end{cases}$$

Deshacemos el cambio para cada caso, resultándonos algo parecido al ejemplo anterior. Tendríamos que:

- $\text{sen } x = 0 \implies x = 0^\circ \text{ o } x = 180^\circ$
- $\text{sen } x = 1 \implies x = 90^\circ$

Al igual que antes tendríamos:

- $x_1 = 0^\circ + k \cdot 360^\circ = k \cdot 360^\circ$.
- $x_2 = 180^\circ + k \cdot 360^\circ$.
- $x_3 = 90^\circ + k \cdot 360^\circ$.

Estas no dejan de ser sencillas, pero estamos en lo básico. Vamos a por los ejercicios.

- a) $\text{tg } x = -1$.
- b) $\cos x = \frac{1}{3}$.
- c) $\cos x = -1$.
- d) $\text{sen } x = -\frac{1}{2}$.
- e) $2 \text{sen}^2 x - \text{sen } x = 0$.
- f) $3 \cos^2 x = \cos x$

Además puedes hacer del libro los ejercicios 33, 34, 36, 72, 73, 74, 75 y 76. Como siempre estos resultados puedes verlos en los solucionarios que hay en el aula virtual.

4. Resolución de triángulos rectángulos

El primer vídeo nos muestra como calcular todos los datos de un triángulo rectángulo si nos dan dos datos. Esto lo aplicaremos a la resolución de problemas, usando en cada caso sólo lo que necesitamos. De hecho los problemas serán más sencillos que el ejercicio completo que aquí se desarrolla.

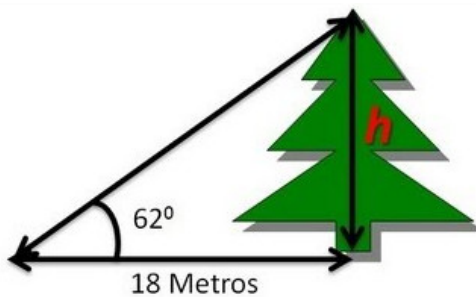
El segundo vídeo es una aplicación práctica de la resolución de triángulos rectángulos a los problemas, en ese caso de áreas. Valdrá siempre que yo pueda reducir el problema a un triángulo rectángulo.



Resolución triángulos rectángulos

Área de un polígono

Antes de hacer los ejercicios vamos a ver un ejemplo escrito, pues no tengo vídeo de esta parte. Nos piden calcular la altura del árbol del dibujo conociendo los datos que vienen en la imagen.



Como no me dan la hipotenusa, voy a usar la tangente, pues la tangente se define como:

$$tg \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}}$$

Por tanto:

$$tg 62^\circ = \frac{h}{18} \implies h = 18 \cdot tg 62^\circ = 18 \cdot 1'88 = 33'84 m$$

Así de sencillo.

Vamos a practicar con los ejercicios.

- a) Halla la altura de una torre que vista a 30 m de la base forma un ángulo de 55° con la horizontal.
- b) Halla el área de un heptágono de lado 7 m.

- c) Un tronco de $6\sqrt{2}$ m está apoyado en una pared y forma con el suelo un ángulo de $50^\circ 30'$.
- ¿A qué altura se encuentra apoyado?
 - Calcula la distancia desde el extremo inferior del tronco hasta la pared.
- d) Halla la altura de una antena sabiendo que a una distancia de 24 m se ve la parte superior de la antena bajo un ángulo de 30° .
- e) Halla el área de un octógono cuyo lado mide 10 m.
- f) Calcula la altura de una casa sabiendo que al tender un cable de 9 m desde el tejado, este forma con el suelo un ángulo de 60° . ¿A qué distancia de la casa cae el cable?

También puedes hacer del libro los siguientes problemas 118, 120, 121, 122, 124, 125 y 126.

SOLUCIONES

1. Razones trigonométricas

- 1.- a) $\operatorname{sen} C = 0'8$; $\operatorname{cos} C = 0'6$; $\operatorname{tg} C = 1'333$
b) $\operatorname{sen} C = 0'7071$; $\operatorname{cos} C = 0'7071$; $\operatorname{tg} C = 1$
c) $\operatorname{sen} C = 0'8667$; $\operatorname{cos} C = 0'5$; $\operatorname{tg} C = 1'733$
d) $\operatorname{sen} C = 0'94$; $\operatorname{cos} C = 0'3422$; $\operatorname{tg} C = 2'7468$
- 2.- a) $\operatorname{cos} \alpha = 0'9722$; $\operatorname{tg} \alpha = 0'2407$; $\operatorname{cosec} \alpha = 4'2735$; $\operatorname{sec} \alpha = 1'0286$; $\operatorname{ctg} \alpha = 4'1545$
b) $\operatorname{sen} \alpha = 0'2920$; $\operatorname{cos} \alpha = -0'9564$; $\operatorname{tg} \alpha = -0'3053$; $\operatorname{cosec} \alpha = 3'4247$; $\operatorname{sec} \alpha = -1'0456$
c) $\operatorname{sen} \alpha = -0'456$; $\operatorname{cos} \alpha = -0'89$; $\operatorname{tg} \alpha = 0'5124$; $\operatorname{ctg} \alpha = 1'9518$; $\operatorname{sec} \alpha = -1'1236$
d) $\operatorname{sen} \alpha = -0'9003$; $\operatorname{tg} \alpha = -2'0687$; $\operatorname{cosec} \alpha = -1'1107$; $\operatorname{sec} \alpha = 2'2978$; $\operatorname{ctg} \alpha = -0'4834$
- 3.- a) $\alpha = 153^\circ 3' 3'' \rightarrow 27^\circ 56' 57''$
b) $\alpha = 249^\circ 44' 42'' \rightarrow 69^\circ 44' 42''$
c) $\alpha = 235^\circ 7' 43'' \rightarrow 55^\circ 7' 43''$
d) $\alpha = 293^\circ 7' 14'' \rightarrow 66^\circ 52' 46''$

2. Razones de operaciones con ángulos

- a) $\operatorname{sen} 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
b) $\operatorname{cos} 2\alpha = 0'28$
c) $\operatorname{sen} (\alpha + 30^\circ) = 0'7006$
d) $\operatorname{cos} (\alpha + 45^\circ) = 0'4510$

3. Ecuaciones trigonométricas

- a) $x_1 = 135^\circ + k \cdot 360^\circ$, $x_2 = 315^\circ + k \cdot 360^\circ$.
b) $x_1 = 70^\circ 31' 44'' + k \cdot 360^\circ$, $x_2 = 289^\circ 28' 16'' + k \cdot 360^\circ$.
c) $x = 180^\circ + k \cdot 360^\circ$.
d) $x_1 = 210^\circ + k \cdot 360^\circ$, $x_2 = 330^\circ + k \cdot 360^\circ$.
e) $x_1 = k \cdot 360^\circ$, $x_2 = 180^\circ + k \cdot 360^\circ$, $x_3 = 30^\circ + k \cdot 360^\circ$, $x_4 = 150^\circ + k \cdot 360^\circ$.
f) $x_1 = 90^\circ + k \cdot 360^\circ$, $x_2 = 270^\circ + k \cdot 360^\circ$, $x_3 = 70^\circ 31' 44'' + k \cdot 360^\circ$, $x_4 = 289^\circ 28' 16'' + k \cdot 360^\circ$.

4. Resolución de triángulos rectángulos

- a) La altura es de $42'84 m$.
- b) $A = 178'36 m^2$.
- c) La altura es de $4'78 m$ y la distancia de $3'94 m$.
- d) La altura es de $13'86 m$.
- e) $A = 482'8 m^2$.
- f) La altura de la casa es de $7'79 m$ y la distancia de $4'5 m$.