MONOTONÍA, MÁXIMOS Y MÍNIMOS

MONOTONÍA

- Si $f'(x) > 0$ la función es ***creciente***.
- Si $f'(x) < 0$ la función es ***decreciente***.
- **Cálculo:** Ejemplo: $\left(f(x) = \dfrac{x^2}{9 - x^2} \right)$
  - Calcular los puntos que no están en el dominio.
    $9 - x^2 = 0 \Longrightarrow x = \pm 3$
  - Calcular los puntos donde la derivada vale cero.
    $f'(x) = \dfrac{18x}{(9 - x^2)^2} = 0 \Longrightarrow x = 0$
  - Estos puntos dividen la recta real en una serie de intervalos.
  - Estudiar el signo de la derivada en cada uno de estos intervalos.

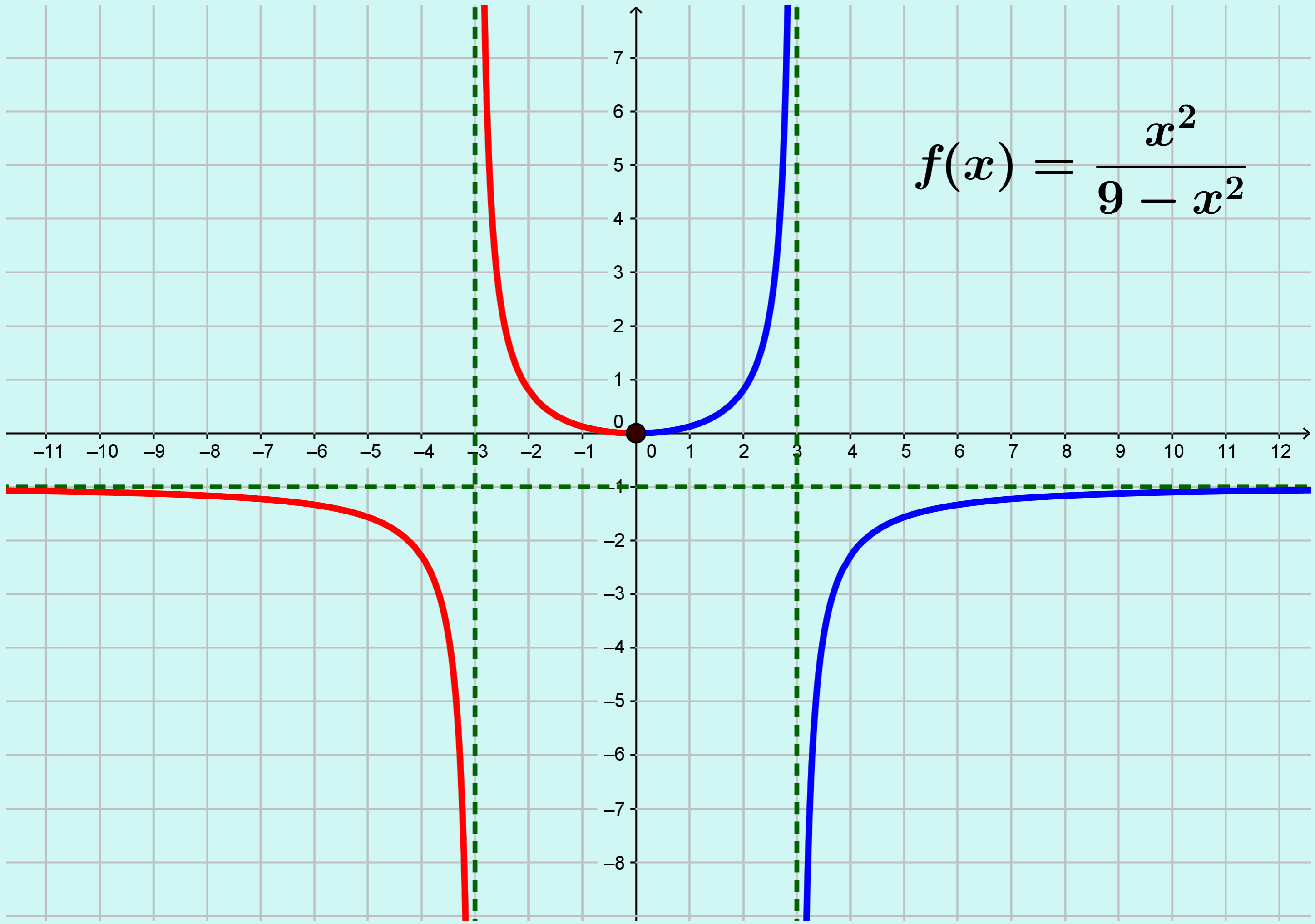
	$(-\infty, -3)$	$(-3, 0)$	$(0, 3)$	$(3, +\infty)$
$\dfrac{18x}{(9 - x^2)^2}$	$-$	$-$	$+$	$+$

  - **Crece** $\longrightarrow (0, 3) \cup (3, +\infty)$
  - **Decrece** $\longrightarrow (-\infty, -3) \cup (-3, 0)$

VER GRÁFICA EN LA SIGUIENTE HOJA

MÁXIMOS Y MÍNIMOS

- Un **máximo relativo** es un punto donde la función *pasa de crecer a decrecer*.
- Un **mínimo relativo** es un punto donde la función *pasa de decrecer a crecer*.
- En ambos, si la función es derivable, la **derivada vale cero**.
- **Cálculo:** Ejemplo: $\left(f(x) = \dfrac{x^2}{9 - x^2},\ f'(x) = \dfrac{18x}{(9 - x^2)^2},\ f''(x) = \dfrac{54x^2 + 162}{(9 - x^2)^3} \right)$
  - **PRIMER MÉTODO:** *Estudiando el crecimiento.*
    - Si en un punto pasa de crecer a decrecer y *es del dominio*, la función tiene un máximo.
    - Si en un punto pasa de decrecer a crecer y *es del dominio*, la función tiene un mínimo.
      (En el ejemplo anterior tiene un mínimo en $x = 0$)
  - **SEGUNDO MÉTODO:** *Estudiando la 2ª derivada.*
    - Si $\mathbf{f'(a) = 0}$ y $\mathbf{f''(a) < 0}$ La función tiene un máximo en $x = a$. No hay ningún valor que cumpla las dos condiciones en nuestro ejemplo.
    - Si $\mathbf{f'(a) = 0}$ y $\mathbf{f''(a) > 0}$ La función tiene un mínimo en $x = a$. En nuestro ejemplo, $f'(0) = 0$,
      $f''(0) = \dfrac{162}{729} > 0$, luego hay un mínimo en $x = 0$.



$f(x) = \frac{x^2}{9 - x^2}$
−11 −10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
7 6 5 4 3 2 1 0 −1 −2 −3 −4 −5 −6 −7 −8