PREPARANDO LO BÁSICO - TEMA 1

Vamos a tratar de preparar lo básico de este tema. Propondré la visualización de unos vídeos y la realización de unos ejercicios. Al final están las soluciones (*no las mires hasta que hayas acabado el ejercicio*) , pero si no entendieras algo siempre puedes preguntar en clase. Ánimo y a trabajar.

1. Intervalos y entornos

Ten en cuenta que **los intervalos son conjuntos de números**. De hecho son todos los números comprendidos entre dos números a los que llamamos extremos. Donde el intervalo es **abierto** (el símbolo utilizado es el paréntesis) **el extremo no está incluido en el conjunto, lo representamos con un punto hueco y va asociado a desigualdades estrictas ($<$)**. Por el contrario, donde el intervalo es **cerrado** (el símbolo es el corchete) **el extremo está incluido en el conjunto, lo representamos con un punto relleno y va asociado a desigualdades no estrictas ($\leqslant$).**

Por otro lado, **entorno** quiere decir *alrededor de*. La nomenclatura es E(centro,radio). Un entorno va a ser **un intervalo que va a tener en el centro del mismo el valor del centro y que va a contener todos los números que disten de dicho centro menos del radio**. Por ejemplo:

$$E(2,3) = (2-3, 2+3) = (-1,5) \text{ ,o bien } d(x,2) < 3 \text{ ,o bien } |x-2| < 3$$

Pincha en este **enlace** y verás una imagen que te explica como pintar un entorno.

Además tenemos una particularidad en los entornos reducidos, en los cuales lo único que quitamos es el centro del entorno. Visualiza los vídeos que te indican a continuación para realizar los ejercicios (en ellos tendrás más información):

Intervalos

Entornos

Intervalos y desigualdades

Vamos a realizar ahora los ejercicios:

1.- Representa gráficamente y expresa mediante desigualdades los siguientes intervalos *(Usa el vídeo 1)*:

a) $(2,6]$ b) $(-2,5)$

c) $[0,5]$ d) $[-1,4)$

2.- Expresa en forma de intervalo, con desigualdades y representa los siguientes entornos *(Usa el vídeo 2)*:

a) $E(2,3)$ b) $E(-1,4)$

c) $E^*(0,5)$ d) $E^*(-1'5, 3'5)$

3.- Calcula la solución de las siguientes desigualdades y representalas*(Usa el vídeo 3)*:

a) $|x-4| < 6$ b) $|x+2| \leqslant 3$

c) $|x-1| > 4$ d) $|x+2| \geqslant 3'5$

Puedes realizar también los siguientes ejercicios del libro y comprobar las soluciones en el solucionario del aula virtual: 11, 12, 13, 14, 51, 52, 53, 54, 85, 86 y 87.

2. **Radicales. Operaciones. Racionalización.** Empezaremos por ver las operaciones más elementales con radicales. Sólo te daré algunas ideas, luego los vídeos harán, eso espero, el resto. Son un esbozo de ideas que no podemos dejar de tener en cuenta.

a) Para extraer e introducir dentro de un radical mejor ves este vídeo, un poco antiguo.

b) **Sólo podemos sumar o restar radicales iguales** (mejor dicho semejantes, pero sacaremos todo lo que podamos de ellos para luego poder sumar los que sean iguales).

c) **Para poder multiplicar o dividir radicales tienen que tener el mismo índice los dos radicales** (si no es así habrá que hacer el m.c.m. de los índices y adecuar los exponentes para poder operar)

Mira el siguiente vídeo para aclarar los dos puntos anteriores.

d) Para potencias y raíces mejor ves directamente el vídeo que va a continuación. *Ese vídeo sirve también para racionalizar.*

e) Hay dos casos de racionalización:

- **En el denominador no hay sumas ni restas**. Vamos a verlo con un ejemplo:
$$\frac{6}{5\sqrt[5]{2^2}}$$
Multiplicamos numerador y denominador por un radical del mismo índice y cuyo exponente es el numero que sumado con el que tenemos da el índice. En nuestro caso 3 (2+3=5)
$$\frac{6}{5\sqrt[5]{2^2}}=\frac{6\sqrt[5]{2^3}}{5\sqrt[5]{2^2}\sqrt[5]{2^3}}=\frac{6\sqrt[5]{2^3}}{5\sqrt[5]{2^5}}=\frac{6\sqrt[5]{2^3}}{5\cdot 2}=\frac{3\sqrt[5]{2^3}}{5}$$
El resultado final se ha obtenido simplificando dividiendo por 2.

- **En el denominador hay una suma o una resta**. Vamos a verlo con un ejemplo. En este caso multiplicamos el numerador y el denominador por el conjugado del denominador.
$$\frac{3+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-2\sqrt{3}}=\frac{(3+\sqrt{2})\cdot(\sqrt{2}+2\sqrt{3})}{(\sqrt{2}-2\sqrt{3})\cdot(\sqrt{2}+2\sqrt{3})}=\frac{3\sqrt{2}+6\sqrt{3}+2+2\sqrt{6}}{2-4\cdot 3}=\frac{3\sqrt{2}+6\sqrt{3}+2+2\sqrt{6}}{-10}$$

f) Por último, el siguiente vídeo te muestra como trabajar con radicales y letras en lo más elemental.

Vamos a por los ejercicios.

- *De sumas y restas:*

  a) $5\sqrt{12} - 4\sqrt{3} + 7\sqrt{75}$ b) $2\sqrt{8} + 9\sqrt{18} - 5\sqrt{50}$

  c) $5\sqrt{3} - 4\sqrt{2} + 3\sqrt{98} - 5\sqrt{48}$ d) $2\sqrt{5} - 3\sqrt{7} + 4\sqrt{28} - 2\sqrt{45}$

- *De productos y divisiones:*

  a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{8}$ b) $\sqrt{4} \cdot \sqrt[3]{3}$

  c) $\dfrac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt{3}}$ d) $\dfrac{\sqrt[3]{6}}{\sqrt{7}}$

- *De potencias y raíces:*

  a) $\left(\sqrt[3]{5^2}\right)^6$ b) $\left(\sqrt[4]{3^2 x}\right)^3$

  c) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{3x^2}}$ d) $\sqrt[4]{x\sqrt{x}}$

  e) $\sqrt[3]{3\sqrt[4]{x^2\sqrt{3x}}}$ f) $\sqrt[3]{x\sqrt[4]{2\sqrt[5]{x^2}}}$

- *De racionalizar:*

  a) $\dfrac{5}{\sqrt[4]{5}}$ b) $\dfrac{2\sqrt{5}}{\sqrt[4]{3^2}}$

  c) $\dfrac{5}{1+\sqrt{2}}$ d) $\dfrac{4\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$

- *Operaciones con letras:*

  a) $3a\sqrt{27a^3} + 4\sqrt{12a^5} - 5a\sqrt{75a^3}$ b) $5\sqrt{4a^3b} + 2\sqrt{9ab^3} - 3\sqrt{25a^3b^3}$

Puedes hacer también del libro los ejercicios: 35, 75, 89.

3. **Logaritmos.** En esta parte me gustaría mencionar que sólo podemos aplicar las propiedades que tienen los logaritmos, no aquellas que nos gustaría que fueran. Por tanto:

   - $\lg(A \cdot B) = \lg A + \lg B$
   - $\lg \dfrac{A}{B} = \lg A - \lg B$
   - $\lg A^n = n \cdot \lg A$

   Para hacer las raíces yo recomiendo ponerlas en forma de potencia.
   Con expresiones como $\lg A \cdot \lg B$, $\dfrac{\lg A}{\lg B}$, $\lg(A+B)$ ó $\lg(A-B)$ no puedo hacer nada.
   Resolver un ejercicio cuando la expresión que está dentro del logaritmo es numérica, consiste en descomponerla en factores primos, o expresiones en las que quede en función de los logaritmos que nos dan, y aplicar las propiedades antes citadas. También en estos casos se da por conocido que $\lg 1 = 0$ y que $\lg 10^n = n$. Mira el vídeo y después haz los ejercicios. Mucho ánimo.

Empezaremos con números:

a) $\lg 18$

b) $\lg 32$

c) $\lg 1440$

d) $\lg \dfrac{\sqrt[3]{16}}{10}$

e) $\lg \dfrac{\sqrt{24}}{9}$

f) $\lg \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt[3]{3}}$

Seguimos con letras:

a) $\lg \dfrac{a^3 \cdot b^2 \cdot c^4}{d^5 \cdot x^3}$

b) $\lg \dfrac{a \cdot b^3 \cdot x^4}{d^3 \cdot c^2}$

c) $\lg \dfrac{x^4 \cdot 3^5 \cdot y^2}{a^2 \cdot c^4}$

d) $\lg \dfrac{x^2 \cdot y^2 \cdot z^3}{a^2 \cdot b^7}$

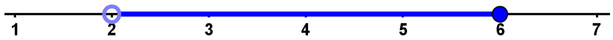
También puedes hacer del libro los ejercicios 41, 124 y 125.

SOLUCIONES

1. Intervalos y entornos

- Ejercicio 1

a) $\{x \in \mathbb{R} / 2 < x \leqslant 6\}$



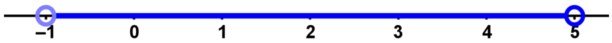
b) $\{x \in \mathbb{R} / -2 < x < 5\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} / 0 \leqslant x \leqslant 5\}$

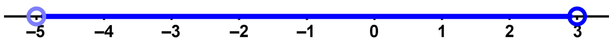
d) $\{x \in \mathbb{R} / -1 \leqslant x < 4\}$

- Ejercicio 2

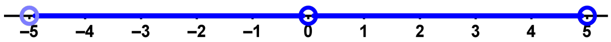
a) $(-1, 5) = \{x \in \mathbb{R} / d(x, 2) < 3\} = \{x \in \mathbb{R} / |x - 2| < 3\}$



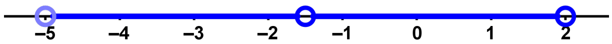
b) $(-5, 3) = \{x \in \mathbb{R} / d(x, -1) < 5\} = \{x \in \mathbb{R} / |x + 1| < 4\}$



c) $(-5, 0) \bigcup (0, 5) = \{x \in \mathbb{R} / 0 < d(x, 0) < 5\} = \{x \in \mathbb{R} / 0 < |x| < 5\}$

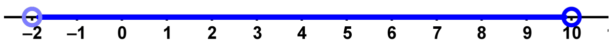


d) $(-5, -1'5) \bigcup (-1'5, 2) = \{x \in \mathbb{R} / 0 < d(x, 1'5) < 3'5\} = \{x \in \mathbb{R} / 0 < |x + 1'5| < 3'5\}$

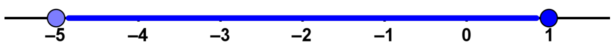


- Ejercicio 3

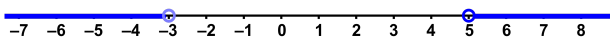
a) $(-2, 10)$



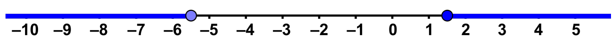
b) $[-5, 1]$



c) $(-\infty, -3) \bigcup (5, +\infty)$



d) $(-\infty, -5'5] \bigcup [1'5, +\infty)$



2. Radicales. Operaciones. Racionalización.

- Ejercicio 1

a) $41\sqrt{3}$

b) $6\sqrt{2}$

c) $17\sqrt{2} - 15\sqrt{3}$

d) $5\sqrt{7}-4\sqrt{5}$

- Ejercicio 2

  a) $\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

  b) $\sqrt[6]{4^3\cdot 3^2}=\sqrt[6]{576}$

  c) $\sqrt[4]{\dfrac{2}{9}}$

  d) $\sqrt[6]{\dfrac{6^2}{7^3}}=\sqrt[6]{\dfrac{36}{343}}$

- Ejercicio 3

  a) 5^4

  b) $\sqrt[4]{3^6\,x^3}$

  c) $\sqrt[12]{3\,x^2}$

  d) $\sqrt[8]{x^3}$

  e) $\sqrt[24]{3^9\,x^5}$

  f) $\sqrt[60]{2^5\,x^{22}}$

- Ejercicio 4

  a) $\sqrt[4]{5^3}$

  b) $\dfrac{2\sqrt[4]{5^2\cdot 3^2}}{3}=\dfrac{2\sqrt[4]{225}}{3}$

  c) $-5+5\sqrt{2}$

  d) $\dfrac{11+5\sqrt{6}}{-10}=\dfrac{-11-5\sqrt{6}}{10}$

- Ejercicio 5

  a) $-8a^2\sqrt{3a}$

  b) $(10a+6b-15ab)\sqrt{ab}$

3. **Logaritmos.**

- Logaritmo con números

  a) 1’2553

  b) 1’505

  c) 3’1584

d) -0’5986

e) -0’2641

f) 0’1904

- Logaritmo con letras

a) $3\lg\ a + 2\lg\ b + 4\lg\ c - 5\lg\ d - 3\lg\ x$

b) $\lg\ a + 3\lg\ b + 4\lg\ x - 3\lg\ d - 2\lg\ c$

c) $4\lg\ x + 5\lg\ 3 + 2\lg\ y - 2\lg\ a - 4\lg\ c$

d) $2\lg\ x + 2\lg\ y + 3\lg\ z - 2\lg\ a - 7\lg\ b$